

Valoração econômica da flexibilidade de produção em diferentes regiões do setor sucroalcooleiro brasileiro

David Eduardo Lopez Pantoja¹

Carlos Patrício Mercado Samanez¹ (in memoriam)

¹Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Centro Técnico Científico, Departamento de Engenharia Industrial, Rio de Janeiro, RJ, Brasil

Javier Gutierrez Castro

Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Campus Ponta Grossa, Departamento de Engenharia de Produção, Ponta Grossa, PR, Brasil

Fernando Antonio Lucena Aiube

Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Faculdade de Ciências Econômicas, Departamento de Análise Quantitativa, Rio de Janeiro, RJ, Brasil

Resumo

Objetivo – Demonstrar que a opção pela utilização de usinas flexíveis na produção de açúcar e etanol agrega valor ao negócio tanto na região Sudeste como na região Nordeste, mesmo estando sujeitas a diferentes cargas tributárias.

Metodologia – A pesquisa está dentro da disciplina de Opções Reais. A valoração da opção de troca entre os produtos açúcar e etanol foi feita através de árvores recombinantes de Nelson & Ramaswamy (1990) e das árvores bivariáveis de Hahn & Dyer (2011). Dessa forma, foi modelada a dinâmica dos preços dos produtos finais. Os dados empíricos de preços provêm do Centro de Estudos Avançados em Economia Aplicada (CEPEA) da ESALQ-USP com periodicidade mensal entre maio/2003 e julho/2014, deflacionados pelo Índice Geral de Preços Disponibilidade Interna IGP-DI, disponível no site do Ipeadata, com data base de julho/2014.

Resultados – Os resultados mostraram que tanto na região Sudeste como na região Nordeste as usinas com flexibilidade (que possuem a opção de troca) têm maior valor do que aquelas que produzem somente um dos produtos. Os valores para as usinas na região Sudeste são mais expressivos não só pela menor carga tributária como também pela maior produtividade.

Contribuições – O estudo quantifica os ganhos pela utilização da usina flexível e evidencia que os agentes reguladores podem fazer uso de uma política de maior incentivo à implantação de tais sistemas. Dessa forma, haverá ganhos para os produtores e maior arrecadação de impostos.

Palavras-chave – *Commodities* agrícolas; produção flexível; opções reais, árvore binomial recombinante; árvore binomial bivariável.

Recebido em
24/11/2015
Aprovado em
07/06/2016

Editor responsável:
Prof. Dr. André Taue Saito

Processo de Avaliação:
Double Blind Review



Revista Brasileira de Gestão e Negócios

DOI: 10.7819/rbgn.v18i60.2867

I Introdução

O desenvolvimento da indústria do etanol no Brasil é o melhor exemplo no mundo de produção e uso de energia renovável em grande escala. Para conseguir tal crescimento, foi necessário realizar nos últimos trinta anos um extenso avanço tecnológico (geração, importação, adaptação e transferência de tecnologias) na produção agrícola e industrial, na logística e nos usos finais. Também foi importante contar com uma legislação específica, ter subsídios iniciais e as negociações permanentes entre os principais atores envolvidos: os produtores de etanol, os fabricantes de veículos, os setores reguladores governamentais e a indústria do petróleo, em um intenso e contínuo processo de aprendizagem (Macedo, 2007). Tais fatos permitiram desenvolver a indústria do etanol, que, junto à tecnologia de usinas de produção flexíveis, dá ao empresário a opção de produzir duas *commodities*: açúcar e/ou etanol, em função do produto que em um determinado momento seja mais rentável.

Por outro lado, a tributação tem um papel importante nos preços do etanol e do açúcar que são praticados nas diferentes regiões do Brasil. Especificamente, trata-se do Imposto sobre Operações relativas à Circulação de Mercadorias e sobre Prestações de Serviços de Transporte Interestadual e Intermunicipal e de Comunicação (ICMS), que é um imposto estadual, ou seja, somente os governos dos Estados e do Distrito Federal têm competência para instituí-lo. Por exemplo, segundo a União da Indústria de Cana-de-Açúcar (UNICA) – maior organização representativa do setor de açúcar e bioetanol do Brasil –, em 2013 o ICMS em São Paulo era 12%, ao passo que no Pará chegava a 30%.

Como o produtor não tem controle sobre as oscilações dos preços dessas *commodities* no mercado internacional, que servem de referência para o estabelecimento dos preços no mercado local, há, assim, incerteza em relação a seus valores futuros, essa incerteza cria valor à flexibilidade que uma usina pode ter de modificar seu processo produtivo que lhe permite atender à demanda da *commodity* que tenha o preço mais rentável em um

determinado período.

Na análise de investimentos de ativos reais em condições de incerteza, é apropriado o uso da teoria das Opções Reais (OR), a qual leva em consideração as distintas flexibilidades gerenciais que o tomador de decisões pode realizar para alterar os rumos de um projeto, à medida que as incertezas vão se revelando. Assim, pode-se mensurar o valor decorrente da flexibilidade de se adiar, contrair, expandir, fazer paradas temporárias, abandonar o projeto ou trocar os insumos e/ou produtos. Uma usina flexível é aquela que a tem em suas instalações um sistema que ora permite a produção de um produto, ora de outro. Dessa forma, de acordo com a conveniência dos preços dos produtos, o agente produtor optará pela produção de um produto ou outro. Investir em um sistema com flexibilidade significar ter a possibilidade, no futuro, de estar produzindo o produto que oferece maior lucratividade. A metodologia das opções reais permite quantificar o ganho da presença dessa flexibilidade.

A modelagem discreta por árvore binomial recombinante, desenvolvida por Cox, Ross & Rubinstein (1979) para avaliar opções financeiras, teve um grande sucesso por aproximar de maneira discreta o modelo de Black & Scholes (1973), muito utilizado para avaliar opções cujos ativos subjacentes seguem um Movimento Geométrico Browniano (MGB). Já Boyle (1988) introduziu o conceito de árvore binomial bivariável, seguido por Nelson & Ramaswamy (1990) que apresentaram um método de sequência binomial em um modelo abrangente que pode ser utilizado em processos estocásticos que seguem tanto um MGB quanto um Movimento de Reversão à Média (MRM). Hahn & Dyer (2011) modelaram em tempo discreto processos com dois fatores por meio de árvores binomiais bivariáveis, utilizando um formato de árvore bidimensional para os mesmos problemas analisados por Schwartz & Smith (2000).

Neste trabalho será calculado o valor da opção de trocar a produção entre açúcar (com etanol como subproduto) e etanol, mensurando assim o quanto essa flexibilidade agrega valor ao projeto. São avaliadas duas usinas que somente

produzem açúcar ou etanol, e logo suas valorações são comparadas às de uma usina *flex* que pode trocar sua produção entre as duas *commodities* (açúcar e etanol). A análise é efetuada para as regiões Sudeste e Nordeste do Brasil, assumindo que a fonte principal de incerteza nos fluxos de caixa é o preço das *commodities*. Dada essa premissa, e depois de efetuada uma análise comparativa de melhor ajustamento ao comportamento das séries históricas de preços entre MGB e MRM, optou-se por calcular os valores das opções usando o MRM, seguindo as metodologias de Nelson & Ramaswamy (1990) e Hahn & Dyer (2011).

O presente estudo se divide em sete seções. Na seção 1, faz-se a introdução e a contextualização da pesquisa, definindo o objetivo do trabalho; na seção 2 se aborda a indústria do álcool e da cana-de-açúcar no Brasil; na seção 3, definem-se as opções reais de troca e é introduzida a teoria de processos estocásticos; na seção 4, desenvolvem-se os processos binomial, binomial recombinante e a modelagem bivariável do processo de reversão à média; na seção 5, calcula-se o valor da opção de troca entre o etanol e açúcar; e na seção 6, apresentam-se as conclusões da pesquisa.

2 O etanol no Brasil

Os primeiros usos do etanol como combustível no Brasil ocorreram por volta do final dos anos 20, quando a Usina Serra Grande Alagoas (USGA), localizada no município de São José da Laje, produziu o combustível pela primeira vez. Por sua vez, o Instituto Nacional de Tecnologia produziu álcool para a propulsão de automóveis naquela época. Em 1931, a mistura de 5% de álcool à gasolina foi tornada obrigatória por lei, a fim de drenar os excedentes de produção da indústria açucareira, cuja porcentagem foi sendo gradativamente aumentada. Nos anos seguintes, já durante a Segunda Guerra Mundial, milhares de automóveis rodavam com álcool nos Estados de Pernambuco e de Minas Gerais, obtido a partir da cana-de-açúcar e da mandioca, respectivamente. No entanto, a produção foi incipiente e não

chegou a concorrer com a gasolina, mais utilizada como combustível. Além disso, na medida em que os problemas gerados pela recessão econômica foram diminuindo, os preços do petróleo e seus derivados começaram também a ceder, o que acabou por inviabilizar a continuidade da produção do etanol à época (Cavalcante, 2010).

O Programa Nacional do Álcool, o Proálcool, instituído em 14 de novembro de 1975 através do decreto nº 76.593 do governo federal, teve como objetivo centralizar esforços na produção de álcool etílico anidro carburante (AEAC), a partir da cana-de-açúcar, para ser usado na mistura à gasolina em motores do ciclo Otto, na proporção de 20%. De acordo com o programa, a produção do álcool oriundo da cana-de-açúcar, da mandioca ou de qualquer outro insumo, deveria ser incentivada através da expansão da oferta de matérias-primas, com especial ênfase no aumento da produção agrícola, da modernização e ampliação das destilarias existentes e da instalação de novas unidades produtoras, anexas a usinas ou autônomas, e de unidades armazenadoras (Nascimento, 2012).

Lima, Oliveira, Oliveira, e Queiroz (2013) mencionam que o programa Proálcool representa o marco na evolução do etanol no mercado brasileiro. O programa pode ser dividido em três etapas: a primeira se inicia em 1975 e termina em 1979, decorrente da elevação nos preços do petróleo; a segunda etapa, de 1980 a 1990, registra o auge do Proálcool; a terceira etapa estende-se de 1991 a 2003, abrangendo a estagnação do programa na década de 1990, conjuntamente com outra tentativa de reativação do Proálcool em 1996, porém sem sucesso e encerrando-se então com a desregulamentação do setor sucroenergético.

A tecnologia dos motores *flexfuel* veio dar novo fôlego ao consumo interno de álcool. O carro, que pode ser movido tanto com gasolina quanto com álcool – ou uma mistura dos dois combustíveis –, foi introduzido no país em março de 2003 e conquistou rapidamente o consumidor. Atualmente, os automóveis bicompostíveis possuem maior cota de mercado do que os movidos só a gasolina.

2.1 O Brasil e a cana-de-açúcar

A cana-de-açúcar é a terceira maior atividade agrícola do Brasil em termos de área de produção e de valor bruto produzido, sendo que soja e milho são as maiores culturas do país. A cana-de-açúcar pode ser produzida em quase todas as regiões do Brasil. Os maiores produtores são os estados de São Paulo e Paraná, o Triângulo Mineiro e a zona da Mata Nordestina.

De acordo com o segundo levantamento da safra 2013/2014 feito pelo Ministério da Agricultura, Pecuária e Abastecimento (MAPA) em cooperação com a Companhia Nacional de Abastecimento (CONAB) em agosto de 2013, a área cultivada com cana-de-açúcar destinada à atividade sucroalcooleira foi estimada em 8.799.150 hectares, distribuídos em todos estados produtores conforme suas características. O estado de São Paulo permanece como o maior produtor, com 51,31% (4.515.360 hectares) da área plantada; seguido por Minas Gerais, com 8,0% (781.920 hectares); Goiás, com 9,3% (818.390 hectares); Paraná, com 7,04% (620.330 hectares); Mato Grosso do Sul, com 7,09% (624.110 hectares); Alagoas, com 5,02% (442.590 hectares); e Pernambuco, com 3,25% (286.030 hectares). Em outros estados, as áreas são menores, com representações abaixo de 3,0%.

2.2 Preços do etanol

O setor sucroalcooleiro sofreu uma grande mudança institucional no final da década de 1990, quando passou pelo processo de desregulamentação. Desde a criação do Programa Nacional do Alcool (Proálcool), em 1975, o Estado era responsável pelo planejamento e comercialização dos produtos do setor, assumindo também o papel de regulador, mediando os conflitos entre os agentes. Para uma descrição detalhada do processo de desregulamentação, veja Moraes (1999). Para uma resenha sobre o tema, veja Barros & Moraes (2002), que relata o processo de desregulamentação, abrangendo o período entre março de 1996 e fevereiro de 1999.

De acordo com a Lei nº 9.478/1997, alterada pela Lei nº 9.990/2000, estabeleceu-se um

regime de liberdade de preços em toda a cadeia de produção e comercialização de combustíveis, produção, distribuição e revenda. Esse fato deixa sem qualquer tipo de tabelamento, valores máximos e mínimos, participação do governo na formação de preços, nem necessidade de autorização prévia para reajustes de preços de combustíveis. O órgão regulador das atividades que integram a indústria do petróleo e gás natural e a dos biocombustíveis no Brasil é a Agência Nacional do Petróleo (ANP), que acompanha os preços por meio do levantamento de preços e de margens de comercialização de combustíveis (Nascimento, 2012).

Cumprir ressaltar que, em função da desregulamentação do setor, os agentes produtores, antevendo os problemas que poderiam surgir, criaram o Conselho dos Produtores de Cana-de-Açúcar, de Açúcar e Etanol do Estado de São Paulo (Cosencana-SP) em 1999, entidade responsável pela determinação da qualidade da cana-de-açúcar e sua valoração. Dessa forma, foi estabelecido um mecanismo de formação de preços da matéria-prima utilizada para a produção do açúcar e do etanol, de adoção facultativa entre os agentes. Além disso, a entidade instituiu um modelo de contrato visando reduzir os custos de contratação do fornecimento, facilitando o relacionamento entre os agentes da cadeia sucroenergética. Outros estados passaram a adaptá-lo em função de suas características regionais (<http://www.consecana.com.br/>).

2.3 Tributação do etanol no Brasil

Segundo Samanez, Ferreira & Nascimento (2014), o preço final dos combustíveis tem quatro componentes: o primeiro é o Preço de Realização, que é o preço de venda da mercadoria na usina ou refinaria sem impostos nem frete às distribuidoras de combustíveis; o segundo componente é referente aos impostos, tendo entre eles os impostos federais Programa de Integração Social e Programa de Formação do Patrimônio do Servidor Público (PIS/PASEP) e Contribuição para Financiamento da Seguridade Social (COFINS), o estadual Imposto sobre Operações relativas à Circulação de Mercadorias e sobre Prestações de Serviços de Transporte Interestadual e Intermunicipal e

de Comunicação (ICMS), que incide sobre o produtor e a distribuidora, e a Contribuição de Intervenção no Domínio Econômico (CIDE), de competência exclusiva da União, que incide sobre o produtor; o terceiro componente do preço é a logística ou frete nas diferentes estâncias pelas quais o produto tem que passar até chegar ao ponto final (usina-distribuidor-ponto de revenda); e, como quarto componente, a margem de lucro, dividida entre o distribuidor e o revendedor.

Além disso, Samanez et al. (2014) ressaltam a importância que tem o ICMS, que é diferente para cada estado e para cada tipo de combustível. Essas diferentes tributações fazem que os preços do etanol por estado e por região sejam diferentes, tornando o combustível mais ou menos atraente para os consumidores, embora sua

utilização seja mais benéfica para o meio ambiente do que a gasolina.

Com a adoção da medida provisória nº 613 em 7 de maio de 2013, e sua posterior conversão na lei nº 12.859, em 10 de setembro de 2013, foi instituído o crédito presumido de PIS/COFINS ao produtor de etanol, o que na prática zerou a alíquota de R\$ 0,12 por litro para o etanol. Assim, não mais incidem tributos federais sobre o etanol – mas ainda incidem os impostos estaduais, sendo o mais relevante deles o ICMS.

A Tabela 1 apresenta as alíquotas de ICMS para as diferentes regiões do país. Nela pode-se distinguir que o estado com menor ICMS é São Paulo, que taxa em 12% o etanol, e o estado com maior alíquota é o Pará, com 30%.

Tabela 1
Alíquota de ICMS nas regiões do Brasil no ano de 2013

Região	Estados	ICMS (%) 2013
Região Norte	Rondônia, Acre, Amazonas, Roraima, Amapá, Tocantins.	25
	Pará	30
Região Nordeste	Bahia	19
	Maranhão, Piauí, Ceará, Rio Grande do Norte, Paraíba, Pernambuco.	25
	Alagoas, Sergipe.	27
Região Sudeste	Minas Gerais	25
	Espirito Santo	27
	Rio de Janeiro	24
	São Paulo	12
Região Sul	Paraná	18
	Santa Catarina, Rio Grande do Sul	25
Região Centro-Oeste	Goiás	20
	Mato Grosso do Sul, Mato Grosso	25

Fonte: União da Indústria de Cana-de-Açúcar (UNICA)

O Boletim do Ministério de Minas e Energia (MME) de outubro de 2013 mostra que a ANP autorizou a operação de 365 usinas de etanol, perfazendo uma capacidade total de aproximadamente 194 milhões de litros de etanol hidratado por dia e de 99 milhões de litros de etanol anidro por dia.

Da capacidade autorizada de produção de etanol, os estados de São Paulo, Goiás e Minas Gerais representam aproximadamente 70% tanto de anidro quanto de hidratado. O estado de São Paulo tem a maior capacidade autorizada, que representa em torno de 50% da capacidade total, tanto de etanol anidro quanto de etanol hidratado.

2.4 Revisão da literatura

A literatura de opções reais aplicadas ao setor sucroenergético no Brasil envolve artigos que destacam o uso de veículos *flex* como em Samanez et al. (2014) e artigos que tratam da produção de fontes alternativas de energia, como em Bastian-Pinto, Brandão & Hahn (2009).

Por outro lado, as pesquisas empíricas relacionadas ao setor evidenciam análises baseadas em modelos econométricos estabelecidos na literatura. Em Melo & Sampaio (2016), os autores utilizam o VAR na análise de como as ofertas de etanol e açúcar respondem aos choques nos preços do etanol, açúcar e gasolina. Os resultados das funções impulso-resposta indicam que o produtor responde mais fortemente a uma mudança no preço do açúcar do que no do etanol.

Boff (2011) estuda a relação de preços etanol/açúcar e etanol/gasolina no mercado de varejo nas cidades do Rio de Janeiro e São Paulo abrangendo o período de 2001 a 2010, através da análise de cointegração (VAR-VECM). O autor conclui pela adequação do modelo para a explicação do comportamento de longo prazo do mercado de etanol em São Paulo. No entanto, para o mercado no Rio de Janeiro o modelo mostra-se apenas parcialmente adequado, como relata o estudo.

Balcombe & Rapsomanikis (2008) analisam o comportamento dos preços do etanol, açúcar e do petróleo para o mercado do Brasil. Utilizam um modelo de correção de erro bivariado mais adequado ao comportamento de cointegração das séries de preços que captura potenciais não lineares dos erros em relação ao equilíbrio de longo prazo. Os modelos são estimados por Monte Carlo-Cadeia de Markov (MCMC). Concluem que os preços do petróleo definem os preços do açúcar e que foram detectadas não linearidades no ajustamento dos preços do açúcar e etanol aos preços do petróleo. Por outro lado, o ajustamento entre etanol e açúcar é predominantemente linear.

Este estudo utiliza a metodologia de opções reais analisando o ganho de valor das usinas que produzem açúcar e etanol comparativamente àquelas que não dispõem dessa flexibilidade.

A metodologia das opções reais ganhou impulso na década de 1990, embora o primeiro trabalho seja de Tourinho (1979). É apropriada para avaliação de investimentos sob condições de incerteza, como incerteza nos preços futuros, custos ou outras variáveis envolvidas no fluxo de caixa. Os textos clássicos sobre o tema são Dixit & Pindyck (1994) e Trigeorgis (1996).

A contribuição do estudo está principalmente relacionada à análise dos ganhos advindos da flexibilidade operacional em duas das maiores regiões produtoras do Brasil que processam cargas de magnitudes diferentes e estão sujeitas a tributações diferenciadas. A implicação para os órgãos reguladores de políticas para o setor está relacionada ao fato de que a flexibilidade, apresentando maiores ganhos, propicia maior arrecadação, abrindo assim espaço para a criação de incentivos fiscais, principalmente em locais nos quais as alíquotas são mais elevadas.

3 A teoria das opções reais e os processos estocásticos seguidos pelos preços das *commodities*

A teoria de opções reais é uma abordagem robusta para a análise de investimentos, em que o problema é tratado como um caso de otimização sob incerteza, em que se procura maximizar o valor do ativo através do exercício ótimo das opções embutidas, sujeito às incertezas e às restrições físicas, legais e outras. As opções reais podem ser de diversos tipos, mas neste artigo será modelada e valorada a opção de troca (*switch option*), na qual o usineiro pode escolher entre produzir açúcar ou etanol dependendo do comportamento do preço de mercado das duas *commodities*. Valorar a opção de troca significa valorar a flexibilidade de poder intercambiar entre diversos *inputs* e/ou *outputs* em um processo produtivo, com o objetivo de atingir o maior lucro de acordo com as flutuações dos preços. Como mencionado anteriormente, os detalhes da Teoria das Opções Reais podem ser encontrados em Dixit & Pindyck (1994) e em Trigeorgis (1996).

Uma maneira bastante usada para modelar preços de ativos e conseqüentemente determinar

o valor de uma opção real é através de processos estocásticos. Um processo estocástico descreve o comportamento de uma variável cujas mudanças são incertas ao longo do tempo, ou seja, é um processo aleatório em função do tempo. Na abordagem de opções reais, para modelar e simular os preços dos ativos visando valorar as opções embutidas nas alternativas de investimento, geralmente são utilizados três tipos de processos estocásticos: o Movimento Geométrico Browniano (MGB), o Movimento de Reversão à Média (MRM) e o MRM com saltos de *Poisson*. A ideia por trás do MRM pode ser entendida considerando que em um mercado competitivo, se o preço da *commodity* estiver muito abaixo da média de longo prazo, a oferta diminui, forçando os preços para cima em razão da escassez do produto no mercado, e o mesmo se entende no sentido oposto. Diante dessa suposição, a série de preços de uma *commodity* possui uma tendência natural de reverter a seu preço médio de longo prazo, ou seja, à média de equilíbrio de mercado, por mais que esse processo de reversão seja lento (a aplicação do MRM em *commodities* pode ser visto em Schwartz (1997) e em Schwartz & Smith (2000)). Conforme demonstrado por Aiube & Samanez (2014) e Samanez et al. (2014), o MRM é o processo que melhor descreve os preços das *commodities*, e será usado neste estudo para a simulação de preços do etanol e do açúcar.

3.1 Movimento de reversão à média

A literatura em finanças, em geral, adota o movimento de reversão à média na modelagem de *commodities*. Os movimentos de alta e baixa dos preços, em função da escassez e excesso de oferta do produto, são os argumentos pelo lado da intuição econômica para justificar a dinâmica da reversão. Não obstante, trabalhos empíricos podem capturar o processo de reversão. Bessembinder, Coughenour, Seguin & Smoller (1995) mostram que, sob condições de equilíbrio, a propriedade de reversão à média é detectada para as *commodities* do agronegócio, metais e energia. Para *commodities* agrícolas e para o petróleo, a taxa de reversão é significativa e de elevada magnitude. Pindyck (1999) analisa o comportamento de *commodities*

de energia considerando longas séries históricas e conclui pela aderência dos dados ao comportamento de reversão. Neste artigo seguimos o padrão da literatura e modelamos as dinâmicas dos preços do etanol e do açúcar, usando o processo de reversão à média. Como é usual em trabalhos desta natureza, verificou-se a aderência das séries históricas de preços ao processo de reversão, como está detalhado na seção 3.3.

O Movimento de Reversão à Média (MRM) é definido pela seguinte equação diferencial estocástica:

$$dX(t) = \eta(\bar{X} - X)dt + \sigma dz \quad \text{Eq. 1}$$

em que: X = variável estocástica; η = velocidade de reversão à média da variável estocástica; σ = volatilidade da variável estocástica; dz = incremento ou diferencial de Wiener; \bar{X} = média de longo prazo da variável estocástica; dt = variação instantânea do tempo.

A distribuição condicional de X_t é normal com média e variância dadas pelas Equações 2 e 3 (Dixit & Pindyck, 1994):

$$E[X_t] = \bar{X} + (X_0 - \bar{X})e^{-\eta t} \quad \text{Eq. 2}$$

$$\text{Var}[X_t] = (1 - e^{-2\eta t})\sigma^2/2\eta \quad \text{Eq. 3}$$

3.2 Discretização e estimação dos parâmetros do MRM

A forma discretizada do MRM é dada pela Equação 4.

$$X_t = X_{t-1}e^{-\eta\Delta t} + \bar{X}(1 - e^{-\eta\Delta t}) + \sigma\sqrt{\frac{1 - e^{-2\eta\Delta t}}{2\eta}}N(0,1) \quad \text{Eq. 4}$$

em que Δt o intervalo de tempo e $N(0,1)$ é a distribuição normal padrão.

Para que o MRM possa ser usado na simulação dos preços, é necessário estimar os parâmetros presentes na sua equação estocástica, ou seja, a volatilidade, a média de longo prazo e a velocidade de reversão à média. Para isso, é efetuada uma regressão linear sobre os preços históricos das *commodities*, conforme a Equação 5.

$$\ln(x_t) - \ln(x_{t-1}) = a + (b-1)\ln(x_{t-1}) + \varepsilon_t \quad \text{Eq. 5}$$

em que x_t é o preço da *commodity* $\varepsilon_t \sim N(0, \sigma_\varepsilon^2)$. Os parâmetros a e b são obtidos a partir da regressão linear.

Como demonstrado em Dixit & Pindyck (1994), os parâmetros do MRM são calculados de acordo com as equações resumidas na Tabela 2.

Tabela 2
Resumo das fórmulas de cálculo dos parâmetros do MRM

Parâmetro do MRM	Equação
Velocidade de reversão	$\eta = -\ln(b)/\Delta t$
Volatilidade	$\sigma = \sigma_\varepsilon \sqrt{2 \ln(b) / [(b^2 - 1)\Delta t]}$
Média de longo prazo	$\bar{x} = \exp[-a/(b-1)]$

3.3 Determinação dos parâmetros do MRM a partir das séries históricas de preços

As regiões Sudeste e Nordeste são as maiores produtoras do país. Assim, por serem representativas da indústria, serão as regiões analisadas neste artigo.

Os dados dos preços foram obtidos do Centro de Estudos Avançados em Economia Aplicada (CEPEA – <<http://www.cepea.esalq.usp.br>>, julho de 2014), que é parte do Departamento de Economia, Administração e Sociologia da ESALQ-USP. As séries históricas foram levantadas em formato mensal entre maio de 2003 e julho de 2014, contendo 134 observações. Os preços foram deflacionados pelo Índice Geral de Preços Disponibilidade Interna IGP-DI, fornecido pela Fundação Getúlio Vargas FGV-Ibre e disponibilizado em bases mensais no *site* (<<http://portalibre.fgv.br>>, tendo como referência julho de 2014).

Usando-se a Equação 5 foram estimados os parâmetros da regressão das séries históricas de preços. A Tabela 3 apresenta os valores encontrados. Os resultados da estimação mostram que o parâmetro b , relacionado ao processo de reversão, é significativo ao nível de 1% para o etanol e ao nível de 5% para o açúcar. Dessa forma, os dados empíricos evidenciam a aderência das séries de preços analisadas ao MRM.

Tabela 3
Parâmetros da regressão dos preços deflacionados do etanol e do açúcar

Parâmetro	Região Nordeste		Região Sudeste	
	Etanol	Açúcar	Etanol	Açúcar
a	0,05502*	0,2649**	0,03883*	0,2365**
b	0,86141*	0,9357**	0,8344*	0,9409**
σ_ε (erro padrão)	0,0687*	0,0837**	0,1025*	0,09327**

Nota: (*) e (**) representam níveis de significância de 1% e 5%.

4 Avaliação por meio de árvores de eventos

Em razão de sua facilidade, versatilidade e precisão, a árvore de eventos é uma das metodologias mais usadas no apereçamento de opções. Utilizada para modelos de tempo discreto, as árvores de eventos contêm nós de incerteza que descrevem os possíveis comportamentos dos fatores estocásticos. Nas árvores, a utilização de ramificações é flexível, podendo ser adaptada quando se altera a situação inicial. Cox et al. (1979) foram os pioneiros na avaliação de uma opção por meio de árvores binomiais recombinantes, mostrando que, nesse tipo de árvore, o valor de uma opção do tipo europeu converge para o valor dado pela fórmula de Black & Scholes (1973). Boyle (1988), no entanto, foi o primeiro a utilizar a abordagem de Cox et al. (1979) em uma árvore trinomial para avaliação de opções com um único ativo-objeto. Ao utilizar processos estocásticos com dois fatores, o autor introduz um novo conceito, o de árvores bivariáveis. Posteriormente, usando essa mesma abordagem, Nelson & Ramaswamy (1990) conseguiram desenvolver um modelo para ativos que seguem tanto um MGB quanto um MRM.

Para modelar o preço da *commodity* e poder calcular a opção de abandono de um poço de petróleo, Hahn (2005), seguindo a estrutura básica proposta por Nelson & Ramaswamy (1990), utilizou um modelo com dois fatores. Seguindo essa mesma abordagem, Bastian-Pinto et al. (2009) trabalharam com o preço de duas *commodities*, açúcar e etanol, utilizando como processo estocástico um MRM de modo a poder avaliar uma

opção de troca de *input*, desenvolvendo uma árvore quadrimomial. Hahn & Dyer (2011) trabalharam com processos estocásticos de dois fatores e árvores binomiais bivariáveis para modelar em tempo discreto, utilizando um formato de árvores bidimensional. No Brasil, Samanez & Costa (2014) avaliaram opções do tipo *wingoption* no mercado de contratos de gás natural, usando árvores binomiais bivariáveis.

4.1 Árvore binomial recombinante

Nelson & Ramaswamy (1990) propõem um método geral para o desenvolvimento das árvores binomiais recombinantes. O problema é encontrar uma sequência binomial que convirja para a seguinte equação diferencial estocástica:

$$dX(t) = \alpha(X, t)dt + \sigma(X, t)dz \quad \text{Eq. 6}$$

em que $X(t)$ é o logaritmo neperiano do preço x_t do ativo no instante t , ou seja, $X(t) = \ln(x_t)$; $\alpha(X, t)$; e $\sigma(X, t)$ são a taxa de crescimento do processo (*drift*) e o desvio-padrão, respectivamente, e dz é o incremento padrão de Wiener.

Para resolver esse problema, os autores propuseram uma sequência binomial simples com n períodos de duração Δt . Essa sequência é dada por:

$$\begin{aligned} X_t^+ &= X + \sqrt{\Delta t}\sigma(X, t) \text{ é o movimento de subida (up);} \\ X_t^- &= X - \sqrt{\Delta t}\sigma(X, t) \text{ é o movimento de descida (down);} \\ p_t &= \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{\Delta t}\alpha(X, t)/\sigma(X, t) \text{ é a probabilidade de up;} \\ 1 - p_t &\text{ é a probabilidade de down.} \end{aligned}$$

Com esse conjunto de equações consegue-se determinar os valores de *up* e *down* em cada ramo, e a probabilidade p_t em cada nó, gerando, assim, a árvore recombinante (*lattice*). No entanto, os valores para algumas probabilidades p_t em cada nó podem ser negativos, razão pela qual os autores propuseram uma censura, forçando os valores a se enquadrarem no intervalo $0 \leq p_t \leq 1$.

Substituindo $\alpha(X, t)$ e $\sigma(X, t)$ na Equação 6 pelos fatores $\eta(\bar{X} - X_t)$ e σ , se obtém a equação diferencial estocástica do MRM (Equação 1). Nesse caso, a sequência binomial será dada por:

$$X_t^+ = X + \sqrt{\Delta t}\sigma, \text{ movimento de subida (up)} \quad \text{Eq. 7}$$

$$X_t^- = X - \sqrt{\Delta t}\sigma, \text{ movimento de descida (down)} \quad \text{Eq. 8}$$

Probabilidades de subida *up* censurada:

$$q_t = \begin{cases} \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{\Delta t}\eta\frac{(\bar{X}-X)}{\sigma} & \text{se } 0 \leq q_t \leq 1 \\ 0 & \text{se } q_t < 0, \text{ é censurado} \\ 1 & \text{se } q_t > 1, \text{ é censurado} \end{cases} \quad \text{Eq. 9}$$

$1 - q_t$ é probabilidade de descida *down*.

Resumindo para as probabilidades:

$$q_t = \max\left\{0, \min\left[1, \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{\Delta t}\eta\frac{(\bar{X}-X_t)}{\sigma}\right]\right\} \quad \text{Eq. 10}$$

A probabilidade q_t irá variar no tempo dependendo de $X(t)$, sendo $X(t) = \ln(x_t)$. Essa probabilidade censurada produz um modelo que converge fracamente para um processo de reversão à média.

Como ilustração, a Figura 1 mostra a árvore para a variável X , que varia ΔX no intervalo de tempo Δt .

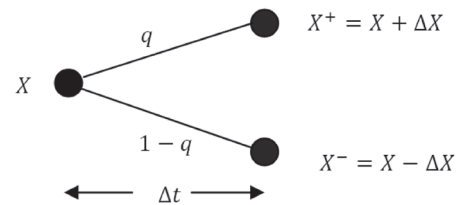


Figura 1. Árvore binomial para um intervalo de tempo Δt

Fonte: Hahn & Dyer (2011)

As variações de ΔX são: $\Delta X^+ = \sigma\sqrt{\Delta t}$ e $\Delta X^- = -\sigma\sqrt{\Delta t}$. Considerando que X representa o logaritmo neperiano do preço, então $\Delta x^+ = e^{\sigma\sqrt{\Delta t}}$ e $\Delta x^- = e^{-\sigma\sqrt{\Delta t}}$.

Assim:

$$X^+ = X + \sigma\sqrt{\Delta t} \Rightarrow X^+ = \ln(x^+) = \ln(X + \sigma\sqrt{\Delta t}) \Rightarrow \text{Eq. 11}$$

$$x^+ = x e^{\sigma\sqrt{\Delta t}}$$

$$X^- = X - \sigma\sqrt{\Delta t} \Rightarrow X^- = \ln(x^-) = \ln(X - \sigma\sqrt{\Delta t}) \Rightarrow \text{Eq. 12}$$

$$x^- = x e^{-\sigma\sqrt{\Delta t}}$$

Como ilustração, a Figura 2 mostra a árvore final.

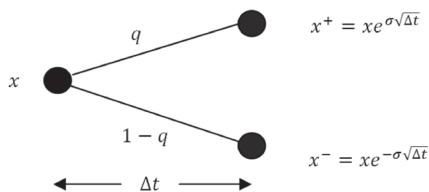


Figura 2. Nó de ramificação binomial para os preços ($X=\ln(x)$)

Fonte: Hahn & Dyer (2011)

Na avaliação de opções normalmente se usa a forma neutra ao risco do processo estocástico, de modo a poder descontar com a taxa livre de risco (r). Assim, para o MRM, o processo neutro ao risco é dado pela seguinte equação diferencial

$$dX(t) = \eta \left(\bar{X} - \frac{\pi}{\eta} - X_t \right) dt + \sigma dz_t \quad \text{Eq. 13}$$

em que o prêmio de risco é $\pi = \mu - r$ (μ é o retorno total), e o termo π/η é um prêmio de risco normalizado que penaliza o logaritmo do preço.

Portanto, a probabilidade de Martingale ajustada ao risco é dada por:

$$q_t = \max \left\{ 0, \min \left[1, \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{\Delta t} \eta \frac{(\bar{X} - \frac{\pi}{\eta} - X_t)}{\sigma} \right] \right\} \quad \text{Eq. 14}$$

4.2 Modelagem bivariável do processo de reversão à média

Na modelagem bivariável procura-se combinar numa só árvore duas variáveis incertas correlacionadas que acompanham processos autoregressivos. Schwartz & Smith (2000) decompõem em dois fatores o logaritmo neperiano do preço, aplicando um MGB para o longo prazo e um MRM para o curto prazo. Hahn & Dyer (2011) desenvolveram um método para a construção de uma árvore binomial bivariável aplicável ao modelo de dois fatores de Schwartz & Smith (2000).

Seguindo Hahn & Dyer (2011), a combinação das duas variáveis levam a uma árvore quadrinomial, como se mostra na Figura 3.

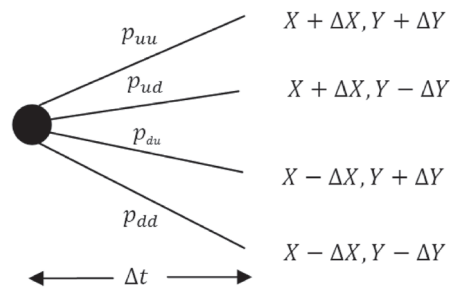


Figura 3. Árvore bivariável (quadrinomial)

Fonte: Hahn & Dyer (2011)

No caso das *commodities* tratadas neste estudo, assume-se que o logaritmo do preço do açúcar (X) e o logaritmo do preço do etanol (Y) seguem um MRM. Assim, $dX(t) = \eta(\bar{X} - X_t)dt + \sigma dz_x$, e $dY(t) = \eta(\bar{Y} - Y_t)dt + \sigma dz_y$. A relação entre os incrementos dos dois processos é dada por $\rho dt = dz_x dz_y$, em que ρ é o coeficiente de correlação.

Hahn & Dyer (2011) utilizaram o mesmo método básico usado por Boyle (1988) para determinar as probabilidades conjuntas dos processos. Essas probabilidades são dadas por:

$$\begin{cases} p_{uu} = \frac{\Delta_X \Delta_Y + \Delta_Y v_X \Delta t + \Delta_X v_Y \Delta t + \rho \sigma_X \sigma_Y \Delta t}{4 \Delta_X \Delta_Y} \\ p_{ud} = \frac{\Delta_X \Delta_Y + \Delta_Y v_X \Delta t - \Delta_X v_Y \Delta t - \rho \sigma_X \sigma_Y \Delta t}{4 \Delta_X \Delta_Y} \\ p_{du} = \frac{\Delta_X \Delta_Y - \Delta_Y v_X \Delta t + \Delta_X v_Y \Delta t - \rho \sigma_X \sigma_Y \Delta t}{4 \Delta_X \Delta_Y} \\ p_{dd} = \frac{\Delta_X \Delta_Y - \Delta_Y v_X \Delta t - \Delta_X v_Y \Delta t + \rho \sigma_X \sigma_Y \Delta t}{4 \Delta_X \Delta_Y} \end{cases} \quad \text{Eq. 15}$$

em que os incrementos são $\Delta_X = \sigma_X \sqrt{\Delta t}$ e $\Delta_Y = \sigma_Y \sqrt{\Delta t}$. Naturalmente, a soma de todas as probabilidades conjuntas tem que ser igual a 1; assim, $p_{uu} + p_{ud} = 1$ e $p_{du} + p_{dd} = 1$. O *drift* dos processos é dado por $v_X = \eta_X(\bar{X} - X_t)$ e $v_Y = \eta_Y(\bar{Y} - Y_t)$.

A abordagem de Hahn & Dyer (2011) combina duas árvores recombinantes, e está baseada em Nelson & Ramaswamy (1990), em que as probabilidades dos preços em cada nó da árvore são censuradas, quando a reversão conduz a valores maiores que um e menores que zero. Infelizmente, dado que se têm dois fatores e, portanto, quatro nós, a censura não pode ser feita diretamente, como no caso de um só fator. Em razão dessa impossibilidade, Hahn & Dyer (2011) propõem aplicar as regras bayesianas para decompor as probabilidades conjuntas no produto das probabilidades marginal e condicional:

$P(X \cap Y) = P(X) \times P(Y|X)$. Assim, as probabilidades marginais para X seriam:

$$\begin{aligned}
 p_u &= \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \frac{v_x \Delta t}{\Delta x} \\
 p_d &= \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \frac{v_x \Delta t}{\Delta x}
 \end{aligned}
 \tag{Eq. 16}$$

As Equações 15 são divididas pelas probabilidades marginais de X (Equações 16) para se obter as probabilidades condicionais (Equações 17). No presente estudo, as probabilidades apresentadas em Hahn & Dyer (2011) foram corrigidas, pois foram encontrados erros de sinais. A formulação correta, e que foi utilizada neste estudo, é a seguinte:

$$\begin{cases}
 p_{u|u} = \frac{\Delta_x(\Delta_Y + \Delta t v_Y) + \Delta t(\Delta_Y v_X + \rho \sigma_X \sigma_Y)}{2\Delta_Y(\Delta_X + \Delta t v_X)} \\
 p_{d|u} = \frac{\Delta_x(\Delta_Y - \Delta t v_Y) + \Delta t(\Delta_Y v_X - \rho \sigma_X \sigma_Y)}{2\Delta_Y(\Delta_X + \Delta t v_X)} \\
 p_{u|d} = \frac{\Delta_x(\Delta_Y + \Delta t v_Y) - \Delta t(\Delta_Y v_X + \rho \sigma_X \sigma_Y)}{2\Delta_Y(\Delta_X - \Delta t v_X)} \\
 p_{d|d} = \frac{\Delta_x(\Delta_Y - \Delta t v_Y) - \Delta t(\Delta_Y v_X - \rho \sigma_X \sigma_Y)}{2\Delta_Y(\Delta_X - \Delta t v_X)}
 \end{cases}
 \tag{Eq. 17}$$

A árvore quadrinomial com probabilidades conjuntas é agora dividida em duas etapas de probabilidades, marginais e condicionais no mesmo intervalo Δt , para as variáveis X e Y , respectivamente, o que é ilustrado na Figura 4. Tal como foi mencionado, e seguindo Nelson & Ramaswamy (1990), nesta abordagem as probabilidades também são censuradas para não chegar a se obter valores negativos nem maiores do que 1.

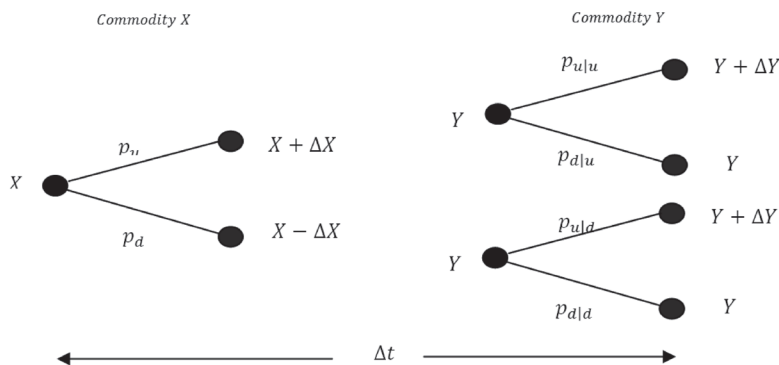


Figura 4. Divisão, marginal condicional do quadrinomial

Fonte: Hahn & Dyer (2011)

Nessa nova formulação deve-se cumprir que: $p_{u|u} + p_{d|u} = 1$ e $p_{u|d} + p_{d|d} = 1$. Para cada uma das probabilidades marginais e condicionais, a censura tem que ser na medida necessária.

Para as regiões estudadas neste artigo (Nordeste e Sudeste), há duas equações diferenciais estocásticas, uma para o açúcar e outra para o etanol:

$$\text{Região Nordeste} \begin{cases} dX_n(t) = \eta_{an}(\bar{X}_n - X_{nt})dt + \sigma_{an}dz_{tna} \\ dY_n(t) = \eta_{en}(\bar{Y}_n - Y_{nt})dt + \sigma_{en}dz_{tne} \end{cases}
 \tag{Eq. 18}$$

$$\text{Região Sudeste} \begin{cases} dX_s(t) = \eta_{as}(\bar{X}_s - X_{st})dt + \sigma_{as}dz_{tsa} \\ dY_s(t) = \eta_{es}(\bar{Y}_s - Y_{st})dt + \sigma_{es}dz_{tse} \end{cases}
 \tag{Eq. 19}$$

em que dz_{tna}, dz_{tne} são os processos padrão de Wiener da região Nordeste para o açúcar e o etanol respectivamente, e dz_{tsa} e dz_{tse} , para a região Sudeste. Os processos são correlacionados da seguinte forma: $dz_{tna}dz_{tne} = \rho_n dt$, $dz_{tsa}dz_{tse} = \rho_s dt$.

Conforme os resultados das regressões dos logaritmos dos preços das séries utilizadas, os valores dos coeficientes de correlação encontrados são: $\rho_n = 0,44435401$ para a região Nordeste e $\rho_s = 0,40727737$ para a região Sudeste.

5 Avaliação da opção de troca

De acordo com o levantamento de dados da produção do açúcar e do álcool para a safra 2014/15 efetuado pela Companhia Nacional de

Abastecimento (CONAB, a Tabela 4 mostra o resumo da produção de cana-de-açúcar para as regiões Nordeste e Sudeste, dividindo o total nos produtos açúcar e etanol.

Tabela 4

Produção e destinação de cana-de-açúcar nas regiões Nordeste e Sudeste

Região/UF	Indústria Sucroalcooleira (1000 Ton.)			%Total	
	Total	Açúcar	Etanol	Açúcar	Etanol
Nordeste	55.602	30.963	24.638	55,7%	44,3%
Pernambuco (PE)	14.447	10.107	4.339	70,0%	30,0%
Alagoas (AL)	23.173	16.402	6.771	70,8%	29,2%
Total PE e AL	37.621	26.509	11.111	70,5%	29,5%
Sudeste	421.926	214.993	206.933	51,0%	49,0%
São Paulo (SP)	356.283	187.369	168.914	52,6%	47,4%

Fonte: CONAB – MAPA safra 2014/2015

Neste estudo, a região Nordeste está representada pelos estados de Pernambuco (PE) e Alagoas (AL), os quais concentram 67,66% da produção de cana-de-açúcar dessa região (37.621/55.602). A região Sudeste é representada pelo estado de São Paulo (SP), e possui 84,44% da produção (356.286/421.926). Por outro lado, de acordo com o informe da CONAB 2012 “Perfil do Setor do Açúcar e do Álcool no Brasil” Safra 2011/2012, nos estados de Alagoas e Pernambuco operam 46 usinas, e no estado de São Paulo há 169 usinas.

Com essas informações, determina-se a quantidade (Q) de produção anual de cana-de-açúcar por usina em cada uma das regiões: Nordeste (NE) e Sudeste (SE).

$$Q = \frac{\text{Total produção (estados da região)}}{\text{Número de usinas (estados da região)}}$$

$$Q_{NE} = \frac{37.621.000}{46} = 817.848 \text{ ton/ano}$$

$$Q_{SE} = \frac{356.283.000}{169} = 2.108.193 \text{ ton/ano}$$

Em relação aos índices de produtividade, Correa Neto & Ramon (2002) mencionam que, em média, no estado de São Paulo são obtidos 93,4 kg de açúcar e 76,9 litros de etanol por tonelada de cana. Já no Nordeste são obtidos

92,8 kg de açúcar e 65,7 litros de etanol por tonelada de cana.

Considerando os índices de produtividade de açúcar e do etanol mencionados por Correa Neto & Ramon (2002), e as quantidades para cada região, a Receita Bruta (RB) é calculada como: $RB = \text{Eficiência} \times Q \times \text{Preço da commodity}$. Assim, pode-se determinar a receita bruta do etanol e do açúcar de uma usina padrão, para as regiões Nordeste e Sudeste.

Receita bruta região Sudeste:

$$RB_{Etanol,SE} = 76,9 \left(\frac{L}{t}\right) \times 2.108.193 \left(\frac{t}{ano}\right) \times P_{Etanol,SE} \left(\frac{\$R}{L}\right) = 162.120.041 \times P_{Etanol,SE}$$

$$RB_{Açú,SE} = 93,4 \left(\frac{Kg}{t}\right) \times 2.108.193 \left(\frac{t}{ano}\right) \times P_{Açú,SE} \left(\frac{\$R}{50 Kg}\right) = 3.938.105 \times P_{Açú,SE}$$

Receita bruta região Nordeste:

$$RB_{Etanol,NE} = 65,7 \left(\frac{L}{t}\right) \times 817.848 \left(\frac{t}{ano}\right) \times P_{Etanol,NE} \left(\frac{\$R}{L}\right) = 53.732.613 \times P_{Etanol,NE}$$

$$RB_{Açú,NE} = 92,8 \left(\frac{Kg}{t}\right) \times 817.848 \left(\frac{t}{ano}\right) \times P_{Açú,NE} \left(\frac{\$R}{50 Kg}\right) = 1.517.926 \times P_{Açú,NE}$$

Com a Receita Bruta modela-se o fluxo de caixa (FC), o qual pode ser representado de acordo com a Equação 20.

$$FC = RB[(1-ICMS)-CVT-CFT] \times (1-IR) \text{ Eq. 20}$$

Para determinar os componentes do fluxo de caixa foram realizadas algumas considerações, como: o custo variável total (CVT) é 20% da Receita Bruta (RB), o custo fixo total (CFT) é 10% da RB e o imposto de renda (IR) é 19% (Bastian-Pinto et al., 2009). Dessa forma, os fluxos de caixa para as duas *commodities* nas duas

regiões podem ser modeladas de duas maneiras: (1) considerando que se produz etanol exclusivamente, ou (2) considerando que se produz o mix açúcar/etanol previsto pelo CONAB (mostrado na Tabela 4). Nesse último caso, há que considerar as proporções de açúcar e etanol para multiplicar pela produção:

FC na região Sudeste (em R\$ 1.000):

(1) FC considerando produção total de etanol:

$$FC_{Etanol,SE} = 162.120 P_{Etanol,SE} [(1 - ICMS_{Etanol,SE}) - 0,2 - 0,1] \times (1 - 0,19) \quad \text{Eq. 21}$$

$$FC_{Etanol,SE} = 162.120 P_{Etanol,SE} (0,7 - ICMS_{Etanol,SE}) \times (1 - 0,19)$$

(2) FC considerando mix de produção açúcar/álcool:

$$FC_{Açú,SE} = \left(\begin{array}{l} [3,938 \times P_{Açú,SE} ((1 - ICMS_{Açú,SE}) - 0,2 - 0,1)] 0,526 \\ + [162.120 P_{Etanol,SE} (0,7 - ICMS_{Etanol,SE})] 0,474 \end{array} \right) \times (1 - 0,19) \quad \text{Eq. 22}$$

FC na região Nordeste (em R\$ 1.000):

(3) FC considerando produção total de etanol:

$$FC_{Etanol,NE} = 53.732 P_{Etanol,NE} [(1 - ICMS_{Etanol,NE}) - 0,2 - 0,1] \times (1 - 0,19) \quad \text{Eq. 23}$$

$$FC_{Etanol,NE} = 53.732 P_{Etanol,NE} (0,7 - ICMS_{Etanol,NE}) \times (1 - 0,19)$$

(4) FC considerando mix de produção açúcar/álcool:

$$FC_{Açú,NE} = \left(\begin{array}{l} [1,517 \times P_{Açú,NE} ((1 - ICMS_{Açú,NE}) - 0,2 - 0,1)] 0,705 \\ + [53.732 P_{Etanol,NE} (0,7 - ICMS_{Etanol,NE})] 0,295 \end{array} \right) \times (1 - 0,19) \quad \text{Eq. 24}$$

A Tabela 5 mostra as alíquotas de ICMS para as duas *commodities* nas duas regiões.

Tabela 5
ICMS para a região Nordeste e Sudeste

ICMS	Nordeste (NE)	Sudeste (SE)
Etanol	25%	12%
Açúcar	12%	7%

Fonte: CEPEA (2014)

5.1 Avaliação por árvores recombinantes

Para a construção das árvores recombinantes é necessário definir previamente alguns parâmetros. Primeiro, considera-se uma taxa de juros livre de risco (r) real igual a 7,25% a.a. Este valor foi determinado a partir da rentabilidade média das Letras do Tesouro Nacional (LTN) com vencimento em 2011, 2012, 2013, 2014. O horizonte de tempo usado é de cinco anos, tomando

amostras semestrais ($T = 5$, $n = 10$ e $\Delta t = 0,5$). O prêmio de risco π deflacionado para o setor sucroalcooleiro foi calculado usando o *Capital Asset Pricing Model* (CAPM), com base em empresas desse setor que negociam ações na BMF&Bovespa (uma média aproximada de 6% a.a.).

Por outro lado, usando as Equações da Tabela 2 e os valores dos coeficientes da regressão mostrados na Tabela 3, calculam-se os parâmetros do MRM exibidos na Tabela 6.

Tabela 6
Parâmetros do modelo de reversão para o etanol e açúcar das regiões do Nordeste e Sudeste

Parâmetro	Nordeste (NE)		Sudeste(SE)	
	Etanol	Açúcar	Etanol	Açúcar
Preço inicial (julho 2014)	1,5858	57,185	1,3304	47,1785
Logaritmo da média de longo prazo (\bar{x})	0,3970	4,1170	0,2345	4,0036
Média de longo prazo (\bar{P})	1,5148	64,9400	1,3088	59,1207
Volatilidade (σ)	0,2561	0,2999	0,3879	0,3330
Velocidade de reversão (η)	1,7901	0,7979	2,1723	0,7306

Com os parâmetros calculados, e seguindo o procedimento descrito na seção 4.1, calcula-se a árvore binomial. Utilizando a abordagem censurada de Nelson & Ramaswamy (1990) as probabilidades, são calculadas por:

$$por_{qt} = \max \left\{ 0, \min \left[1, \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{\Delta t} \eta \frac{(\bar{x} - \frac{\pi}{\eta} - x_t)}{\sigma} \right] \right\}$$

Para economizar espaço no texto deixamos de apresentar a ilustração das árvores binomiais geradas para os preços e probabilidades. Elas estão disponíveis mediante solicitação aos autores.

A partir dos preços simulados do açúcar e do etanol, calculam-se pela equação 24 os fluxos de caixa do açúcar na região Nordeste no período de cinco anos ($T = 5$). Usando a taxa livre de risco e as probabilidades Martingale censuradas, através do processo de *backward* (Cox et al., 1979), é determinado o valor do fluxo no ponto $t = 0$.

O valor presente, VP (no ponto $t = 0$), dos fluxos de caixa para o açúcar na região Nordeste (NE) é de R\$ 394.790,00. Similar procedimento adota-se para o etanol na região NE, e açúcar e etanol na região Sudeste (SE). Dessa forma, a Tabela 7 apresenta os valores presentes (VP) para as quatro situações abordadas.

Nota-se que o VP é maior para a região Sudeste, para ambas as *commodities*. Para o caso do etanol, a diferença entre as duas regiões representa uma diferença de 242% favorável à região

Sudeste. Já para o caso do açúcar, a diferença de VP representa um percentual de 177%.

Tabela 7
Valores presentes (VP) dos fluxos de caixa das árvores recombinantes (em R\$ 1.000)

Região	Etanol	Açúcar
Nordeste (NE)	272,28	394,79
Sudeste (SE)	930,42	1.093,25
Diferença	658,14	698,46
Diferença (%)	241,7%	176,9%

Nota-se que o VP é maior para a região Sudeste, para ambas as *commodities*. Para o caso do etanol, a diferença entre as duas regiões representa uma diferença de 242% favorável à região Sudeste. Já para o caso do açúcar, a diferença de VP representa um percentual de 177%.

5.2 Avaliação por árvores bivariáveis

Para o uso da árvore quadrinomial, parte-se das árvores recombinantes dos preços do etanol (x) e do açúcar (y). A construção demanda um cálculo computacional mais intenso, por exemplo, no tempo $t = 10$ ($T = 5$ anos) se obterá nós para essa amostra na árvore quadrinomial. As Figuras 5 e 6 mostram um fragmento do processo de construção da árvore desde $n = 2$ com

nós, até $t = 1$ ano com $n = 4$ nós. Nelas se podem distinguir probabilidades de valor zero, resultado de terem sido censuradas por serem negativas. A censura não se faz diretamente sobre as probabilidades conjuntas, senão sobre as probabilidades marginais e condicionais, que, ao serem multiplicadas, resultam nas probabilidades conjuntas.

Na Tabela 8 são apresentados, para as duas regiões estudadas, os resultados dos valores presentes (VP) dos fluxos de caixa para usinas que produzem etanol ou açúcar (mix açúcar/etanol), além do valor presente (VP) dos fluxos de caixa para usinas flexíveis.

Tabela 8

Resultados dos valores presentes (VP) dos fluxos de caixa, das árvores binomiais e bivariáveis e o valor da opção de troca (em R\$ 1.000)

	Árvore binomial		Árvore quadrinomial		Valor da opção de troca		
	VP Usina Etanol	VP Usina Açúcar	Usina Flex	% Dif. Usina Etanol	% Dif. Usina Açúcar	De Etanol para Flex	De Açúcar para Flex
(1) Nordeste	272.28	394.79	432.71	58,9%	9,6%	160.43	37.92
(2) Sudeste	930.42	1.093.25	1.616.11	73,7%	47,8%	685.69	522.86
Diferença (2-1)	658.14	698.46	1.183.40			525.25	484.94
% Diferença	241,%	175,9%	273,5%			327,4%	1278,8%

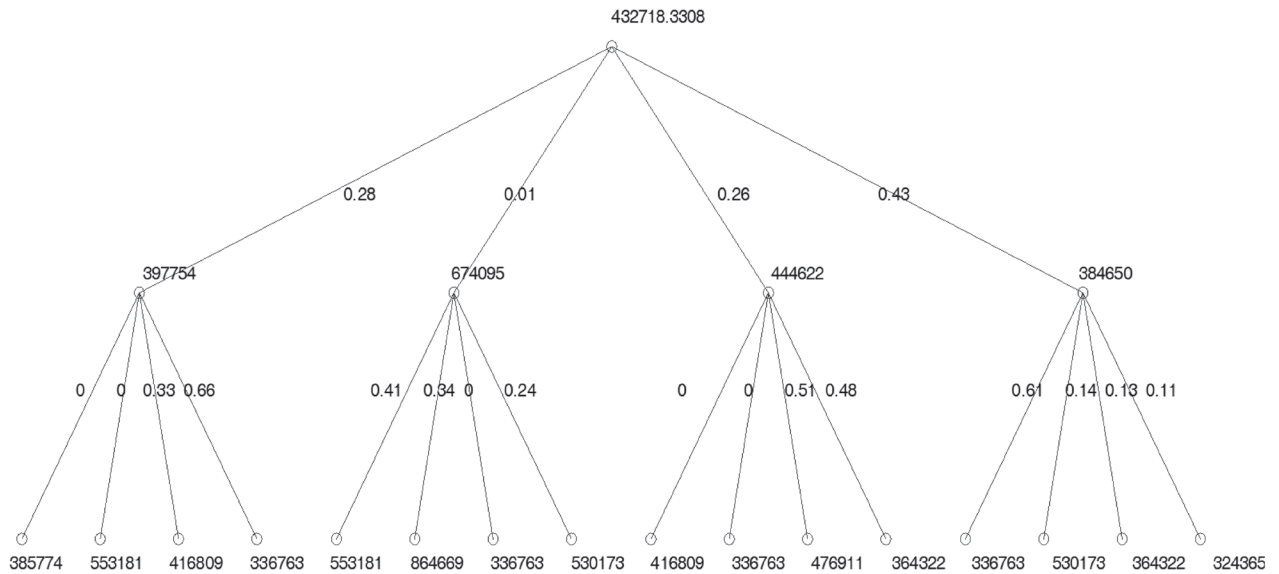


Figura 5. Valor presente (VP) dos fluxos de caixa para a árvore quadrinomial bivariável da região Nordeste

Evidencia-se nos resultados mostrados que para o caso da região Nordeste a usina *flex* possui um valor maior (maior VP), se comparada a uma usina que produz açúcar (mix açúcar/etanol), sendo a diferença de 9,6%. Já para o caso comparativo de uma usina cuja produção é dedicada exclusivamente ao etanol, a diferença em relação à

usina *flex* é de 58,9%, favorável à *flex*. Em outras palavras, o uso da usina *flex* no Nordeste agrega um valor presente ao negócio de R\$ 160 milhões quando comparado à produção de etanol e de aproximadamente R\$ 38 milhões quando comparado à produção de açúcar.

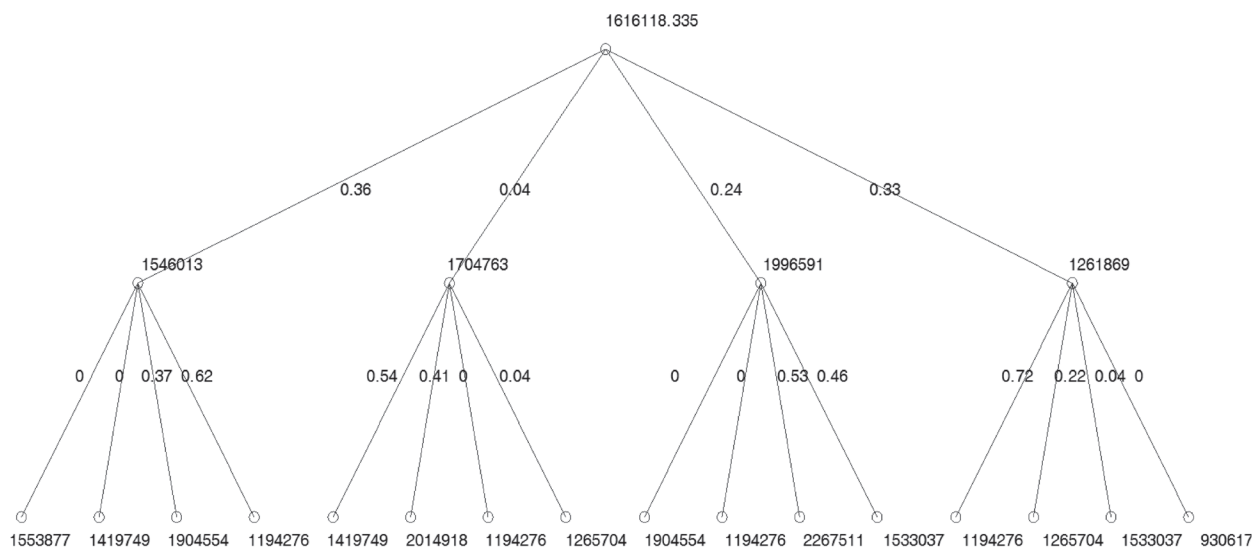


Figura 6. Valor presente (VP) dos fluxos de caixa para a árvore quadrinomial bivariável da região Sudeste

Para o caso da região Sudeste, a diferença a favor da *flex* é de 73,7% e 47,8%, se comparada com uma usina que produz exclusivamente etanol e uma que produz açúcar (mix açúcar/etanol) respectivamente. Isso significa que a decisão pelo uso da usina *flex* aumenta o valor presente do negócio em R\$ 686 milhões quando comparado à produção de etanol e R\$ 522 milhões quando comparado à produção de açúcar.

Esses ganhos, tanto na região Nordeste como na Sudeste, ocorrem a despeito da maior eficiência na produção de açúcar comparativamente ao etanol (note os parâmetros de eficiência nas equações que computam a Receita Bruta). Isso significa que o investimento em flexibilidade para a construção de uma usina *flex* é vantajoso até os níveis dos ganhos mencionados. Ou seja, o investimento adicional na usina *flex* comparativamente a uma não *flex* deve ser inferior ao ganho oriundo da operação de trocar a produção de um produto por outro ao longo da vida produtiva da usina.

Identificados os ganhos com a operação de usinas flexíveis, dois pontos devem ser ressaltados a partir de tal fato. O primeiro associado ao agente investidor: investindo em sistemas sem flexibilidade significa negligenciar tal ganho (ou seja, “deixar dinheiro sobre a mesa”). O segundo associado ao agente regulador: a usina flexível encerra maiores ganhos para o investidor e consequentemente maior arrecadação de impostos (*ceteris paribus*) e

isso significa que há espaço para políticas tributárias voltadas para o incentivo à construção de sistemas flexíveis. Resumindo, a possibilidade do aumento de flexibilização depende do conhecimento do investidor acerca do ganho potencial e de incentivos à construção de tais sistemas pelas autoridades reguladoras.

No caso do valor da opção de flexibilidade (troca), nota-se que esse valor na região Sudeste é mais expressivo, se comparado à região Nordeste. Isso era de esperar, pois as vantagens comparativas (menor ICMS e maior produção) são melhores nessa região. Para ambas as regiões, a Tabela 8 mostra que a flexibilidade agrega um valor expressivo. Observa-se que no caso do etanol, para a região Sudeste, a opção tem um valor 327,4% maior que no Nordeste. O mesmo acontece para o caso do açúcar: para a região Sudeste, essa opção tem um valor 1.278% maior do que na região Nordeste.

6 Conclusões

Da crescente preocupação com questões como o desenvolvimento de tecnologias alternativas ao uso de combustíveis fósseis, menos poluentes e que tenham mecanismos limpos de produção é que surgem os biocombustíveis, como o etanol. O potencial de produção e o aumento na

demanda por etanol fazem da cana-de-açúcar uma das mais importantes culturas no cenário atual da agroindústria nacional. A cana-de-açúcar não é tratada apenas como mais um produto agrícola nacional, mas como a mais importante fonte de biomassa energética em razão do potencial do mercado sucroalcooleiro no Brasil.

Pelos aspectos descritos e resultados gerados no desenvolvimento deste trabalho, pode-se concluir, principalmente, que o valor da opção de troca no setor sucroalcooleiro está ligado a fatores determinantes. Primeiro, a produção de cana-de-açúcar por região, destacando-se a região Sudeste, que, de acordo com a safra 2014/15, produz 421.926.000 toneladas de cana-de-açúcar contra 55.602.000 toneladas na região Nordeste (a produção de toneladas de cana de açúcar da região nordeste é 38% da região sudeste). Outro fator importante é o índice de eficiência do etanol na região Sudeste, que é de 76,9 L/ton, ao passo que na região Nordeste é de apenas 65,7 L/ton. Por outro lado, o imposto ICMS afeta de maneira relevante as receitas da indústria sucroalcooleira, encontrando que a região Sudeste possui incentivos fiscais maiores (ICMS de 12% para o etanol e 7% para o açúcar), ao passo que na região Nordeste as taxas são maiores (ICMS de 25% para o etanol e 12% para o açúcar).

Através da modelagem dos preços das *commodities* por MRM e o uso de árvores quadrinomiais com probabilidades censuradas, foi determinado o valor da opção embutida nas usinas com produção flexível (usinas *flex*); pelos valores encontrados, conclui-se que fatores como o nível de produção e a carga tributária, aliados aos preços das *commodities*, afetam de maneira relevante o valor da opção de troca, sendo sempre as usinas *flex* mais vantajosas do que usinas que somente produzem etanol ou açúcar. Encontrou-se nos resultados do estudo que as usinas da região Sudeste têm maior valor presente de fluxo de caixa do que as usinas localizadas na região Nordeste, em razão principalmente de seu maior nível de produção e de sua tributação consideravelmente menor. Assim, tais componentes não devem ser desconsiderados quando se realiza a análise do valor da opção de flexibilidade em usinas tipo *flex* do setor sucroalcooleiro brasileiro.

Uma das contribuições do estudo, evidenciada a partir dos resultados encontrados, está nas implicações para as políticas dedicadas ao setor. Os resultados mostram ser mais atrativo para os produtores investirem em usinas flexíveis. Assim, poderão tirar proveito ora da produção de etanol ora da produção de açúcar, de acordo com a conveniência dos preços dos produtos. Dessa forma, uma usina flexível manter-se-á em operação por maior período e sempre operando na situação ótima em termos de geração de receitas. Em consequência, ela estará contribuindo com mais tributos tanto em nível estadual como federal. Portanto, os reguladores terão mais espaço para elaborar políticas de incentivos tributários para a construção de sistemas flexíveis. Esse aspecto é relevante, sobretudo para a região Nordeste, onde a carga tributária é elevada se comparada à região Sudeste.

Nota

- ¹ Os autores agradecem aos dois revisores anônimos pelas sugestões apresentadas que ajudaram a melhorar a qualidade do estudo. Os erros ou omissões remanescentes são de nossa responsabilidade.

Referências

- Aiube, F. A. L., & Samanez, C. P. (2014). On the comparison of Schwartz and Smith's two-and three-factor models on commodity prices. *Applied Economics*, 46(30), 3736-3749.
- Balcombe, K.; Rapsomanikis, G. (2008). Bayesian estimation and selection of nonlinear vector correction models: The case of the sugar-ethanol-oil nexus in Brazil. *American Journal of Agricultural Economics*. 90(3), 658-668.
- Barros, G. S. C, & Moraes, M.A. F. D (2002). A desregulamentação do setor sucroalcooleiro. *Revista de Economia Política*, 22(2).
- Bastian-Pinto, C., Brandao, L., & Hahn, W. J. (2009). Flexibility as a source of value in the

- production of alternative fuels: The ethanol case. *Energy Economics*, 31(3), 411-422. doi: 10.1016/j.eneco.2009.02.004
- Bessembinder, H., Coughenour, J., Seguin, P., & Smoller, M. (1995). Mean reversion in equilibrium asset prices: Evidence from futures term structure. *Journal of Finance*, 50(1), 361-375.
- Black, F., & Scholes, M. (1973). The pricing of options and corporate liabilities. *The Journal of Political Economy*, 81(3), 637-654.
- Boff, H. P. (2011) Modeling the brazilian ethanol market: How flex-fuel vehicles are shaping the long run equilibrium. *China-USA Business Review*, 10(4), 245-264.
- Boyle, P. A. (1988). A lattice framework for option pricing with two state variables. *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 23(1), 1-12.
- Cavalcante, H. P. M. (2010). Aspectos relativos ao etanol brasileiro e as barreiras não-tarifárias à suaimportação, jurídicos. *Direto E-nergia*, 2(2). Recuperado de <http://periodicos.ufrn.br/direitoenergia/article/viewFile/4238/3474>
- Correa Neto, V., & Ramon, D. (2002). *Análises de opções tecnológicas para projetos de co-geração no setor sucro-alcooleiro*. SETAP: Brasília, DF.
- Cox, J. C., Ross, S. A., & Rubinstein, M. (1979). Option pricing: A simplified approach. *Journal of Financial Economics*, 7(3), 229-263. doi: 10.1016/0304-405x(79)90015-1
- Dixit, A. K., & Pindyck, R. S. (1994). *Investment under uncertainty*. Princeton: Princeton University Press.
- Hahn, W. J. (2005). *A discrete-time approach for valuing real options with underlying mean-reverting stochastic processes* (PhD Dissertation). The University of Texas, Austin.
- Hahn, W. J., & Dyer, J. S. (2011). A discrete time approach for modeling two-factor mean-reverting stochastic processes. *Decision Analysis*, 8(3), 220-232. doi: 10.1287/deca.1110.0209
- Lima, N. C., Oliveira, S. V. W. B., Oliveira, M. M. B., & Queiroz, J. V. (2013). Caracterização da demanda do combustível etanol hidratado no mercado brasileiro. *Gestão Contemporânea*, 10(13), 25-44.
- Macedo, I. C. (2007). Situação atual e perspectivas do etanol. *Estudos Avançados*, 21(59), 157-165. Recuperado de <http://www.scielo.br/pdf/ea/v21n59/a11v2159.pdf>
- Melo, A. S.; Sampaio, Y. (2016) Uma nota sobre o impacto do preço do açúcar, do etanol e da gasolina na produção do setor sucroalcooleiro. *Revista Brasileira de Economia*, 70(1) 61-69.
- Moraes, M. A. F.D (1999). *A desregulamentação do setor sucroalcooleiro brasileiro* (Tese de doutorado). Departamento de Economia, Universidade de São Paulo, São Paulo, SP, Brasil.
- Nascimento, C. C (2012). *O valor da opção do carro flex por região geográfica do Brasil: Uma aplicação da teoria das opções reais com movimento de reversão à média* (Dissertação de mestrado). PUC Rio de Janeiro, RJ, Brasil.
- Nelson, D. B., & Ramaswamy, K. (1990). Simple binomial processes as diffusion approximations in financial models. *Review of Financial Studies*, 3(3), 393-430.
- Pindyck, R.S. (1999). The long-run evolution of energy prices. *The Energy Journal*, 20(2), 1-27.
- Samanez, C. P., & Costa, L. D. A. (2014). Avaliação de opções de swing em contratos de gás natural usando um modelo de dois fatores. *Production Journal*, 24(4), 760-775.
- Samanez, C. P., Ferreira, L. D. R., & Nascimento, C. C. (2014). Avaliação da opção de troca

de combustível no carro brasileiro flex: Um estudo por região geográfica usando teoria de opções reais e simulação estocástica. *Production*, 24(3), 628-643.

Schwartz, E. S. (1997). The stochastic behavior of commodity prices: Implications for valuation and hedging. *The Journal of Finance*, 3(52), 923-973.

Schwartz, E., & Smith, J. E. (2000). Short-term variations and long-term dynamics

in commodity prices. *Management Science*, 46(7), 893-911. doi: 10.1287/mnsc.46.7.893.12034

Tourinho, O. A. F. (1979). *The valuation of reserves of natural resources: An option pricing approach* (PhD thesis). University of California, Berkeley.

Trigeorgis, L. (1996). *Real options: Managerial flexibility and strategy in resource allocation*. Cambridge: MIT Press.

Sobre os autores:

1. David Eduardo Lopez Pantoja, Mestre em Engenharia de Produção, PUC-RJ, Brasil.

E-mail: davidlopezpantoja@gmail.com.

2. Carlos Patrício Mercado Samanez (in memoriam), Doutor em Administração, Fundação Getúlio Vargas-SP, Brasil.

3. Javier Gutierrez Castro, Doutor em Engenharia de Produção, PUC-RJ, Brasil.

E-mail: jgutierrezcastro@gmail.com.

4. Fernando Antonio Lucena Aiube, Doutor em Engenharia de Produção, PUC-RJ, Brasil.

E-mail: faiube@gmail.com.

Contribuição por autor:

Contribuição	David Eduardo Lopez Pantoja	Carlos Patrício Mercado Samanez	Javier Gutierrez Castro	Fernando Antonio Lucena Aiube
1. Definição do problema de pesquisa	√	√		
2. Desenvolvimento das hipóteses ou questões de pesquisa (trabalhos empíricos)	√	√		
3. Desenvolvimento das proposições teóricas (ensaios teóricos)	√	√		
4. Fundamentação teórica/Revisão de Literatura	√	√	√	√
5. Definição dos procedimentos metodológicos	√	√		
6. Coleta de Dados	√			
7. Análise Estatística	√	√	√	√
8. Análise e interpretação dos dados	√	√	√	√
9. Revisão crítica do manuscrito	√	√	√	√
10. Redação do manuscrito	√	√	√	√
11. Outra (favor especificar)				