
Recebido em

17 de novembro de 2014.

Aprovado em

14 de novembro de 2015.

**1. Leticia de Almeida
Costa**

Doutora em Engenharia de
Produção
Pontifícia Universidade Católica
do Rio de Janeiro
(Brasil)
[leticiaalmeidacosta@gmail.com]

**2. Felipe Philadelpho
Azevedo**

Doutor em Engenharia de
Produção
Pontifícia Universidade Católica
do Rio de Janeiro
(Brasil)
[felipephiladelph@gmail.com]

3. Carlos Patrício Samanez

Doutor em Administração
Fundação Getúlio Vargas
(Brasil)
[cps@puc-rio.br]



**Revista Brasileira de Gestão
e Negócios**

DOI:10.7819/rbgn.v17i57.2253

Estratégias de investimento na indústria brasileira de latas de alumínio: uma análise no contexto dos jogos de opções reais

**Leticia de Almeida Costa,
Felipe Philadelpho Azevedo**

*Departamento de Engenharia Industrial, Pontifícia
Universidade Católica do Rio de Janeiro, RJ, Brasil*

Carlos Patrício Samanez

*Departamento de Engenharia Industrial, Pontifícia Universidade
Católica do Rio de Janeiro, e Faculdade de Economia, Universidade
do Estado do Rio de Janeiro, RJ, Brasil.*

Editor responsável: André Taue Saito, Dr.
Processo de avaliação: Double Blind Review

RESUMO

Objetivo – Estudar o impacto da preempção, vantagem de primeiro lance com conseqüente existência de externalidades negativas para os competidores, em jogos de momento ótimo de investimento em um oligopólio assimétrico.

Método – O modelo de jogos com opções desenvolvido no trabalho foi aplicado ao mercado brasileiro de latas de alumínio, por ser uma indústria caracterizada por elevadas barreiras de entrada e, as economias de escala favorecem os grandes produtores. Os principais dados foram obtidos da Associação Brasileira dos Fabricantes de Latas de Alta Reciclabilidade (ABRALATAS) e nos relatórios das empresas analisadas.

Fundamentação teórica – O método de jogos de opções apresenta uma metodologia integrada que ajuda a superar as deficiências dos métodos tradicionais. Ele capta a dinâmica das interações estratégicas em um ambiente de incertezas, representando uma ferramenta estratégica capaz de guiar decisões gerenciais em um contexto competitivo.

Resultados – Os resultados mostram que no caso estático a empresa de menor custo consegue absorver lucros maiores. Já no caso dinâmico, é possível obter lucros monopolísticos por um período de tempo maior. Quando a vantagem de custo é muito grande, a ameaça de preempção do rival poderá ser considerada irrelevante, e a empresa irá investir como um monopolista. Quando essa vantagem não é grande o suficiente, a firma precisa investir em um tempo de preempção anterior.

Contribuições – Este é o primeiro trabalho que, aplicando jogos com opções reais, estuda o impacto da preempção do investimento em ambiente oligopolista assimétrico, na realidade da indústria de latas de alumínio no Brasil.

Palavras-chave – Jogos de opções reais; oligopólio assimétrico; investimento sob incerteza.

I INTRODUÇÃO

A metodologia mais tradicional usada em orçamentação de capital é o método do fluxo de caixa descontado, que consiste em analisar a viabilidade de um projeto de investimento de capital com base nos fluxos de caixa futuros esperados, e na análise de seu principal índice, o tradicional valor presente líquido (VPL). Existe uma série de desvantagens que torna inapropriado em alguns casos o uso desse índice. Primeiro, porque o VPL analisa as oportunidades de investimentos como decisões de “agora ou nunca”, sob uma gerência passiva e sem considerar as flexibilidades inerentes à maioria dos investimentos de capital, o que é pouco realista, além de ignorar as consequências das possíveis atitudes dos competidores (Samanez, Ferreira, Nascimento, Costa & Bisso, 2014).

Com a sofisticação das tecnologias e com os mercados tornando-se cada vez mais dinâmicos e competitivos, o valor das flexibilidades embutidas nos projetos de investimento de capital deve ser considerado na análise de sua viabilidade econômica. Diferentemente da abordagem tradicional, a metodologia conhecida como Opções Reais leva em consideração a natureza dinâmica e as flexibilidades envolvidas na tomada de decisão. Entretanto, essa metodologia assume que as decisões de investimento são tomadas isoladamente, não levando em conta possíveis interações competitivas de caráter endógeno. Uma terceira metodologia, a Teoria dos Jogos, tem por objetivo, quando aplicada em decisões de investimento de capital, descrever e antecipar comportamentos racionais em ambientes nos quais os indivíduos são independentes e interagem entre si. Nesta situação, as ações de uma empresa afetam as empresas rivais, e estas, por sua vez, impactam na dela própria. Quando a análise é aplicada em um contexto de competição imperfeita, como é o caso de oligopólios, um número limitado de empresas com interesses semelhantes interagem de tal forma que as ações de cada uma podem influenciar lucros e valores individuais das outras. Embora nessa metodologia os efeitos da competição e oportunidade de cooperação sejam modelados de forma endógena, a Teoria dos Jogos

não explica por que as firmas têm incentivos para permanecerem flexíveis de modo a poder reagir às incertezas do mercado.

Os jogos com opções reais são, então, a solução integrada utilizada para superar as deficiências das metodologias citadas anteriormente. O método foi desenvolvido para captar a dinâmica das interações estratégicas em um ambiente competitivo e de incerteza, sendo capaz de guiar as decisões gerenciais e possibilitando uma quantificação mais completa das oportunidades de mercado, uma vez que avalia a sensibilidade de decisões estratégicas a variáveis exógenas e situações competitivas (Grenadier, 2002).

Na literatura acadêmica há atualmente vários estudos que analisam a relação entre flexibilidade gerencial e estratégia competitiva por meio da análise de jogos com opções reais. Dentre eles, pode-se destacar o modelo desenvolvido por Smit e Ankum (1993), em que os autores analisam um jogo de equilíbrio perfeito para tomada de decisões de investimentos de um ou dois estágios para duas firmas. Nesse contexto, outros trabalhos analisaram uma competição duopolista (Smit & Trigeorgis, 2009), e como duas empresas podem decidir simultaneamente sob incerteza de demanda e competição (Huisman, 2001; Huisman, Kort, Pawlina & Thijssen, 2005). Em seu clássico livro, Smit e Trigeorgis (2004) ilustram o uso dos jogos com opções reais para analisar oportunidades de investimento em casos de decisões de estratégia competitiva em situação de incerteza.

Costa e Samanez (2008) apresentaram um modelo matemático baseado na teoria de opções reais e na teoria dos jogos, para análise do mercado imobiliário residencial na cidade do Rio de Janeiro, Brasil. A ideia central do modelo é a busca do equilíbrio entre demanda e oferta de unidades residenciais em uma determinada região, considerando o efeito sobre o preço desses ativos e sobre as atitudes dos concorrentes nesse mercado.

Thijssen, Huisman e Kort (2012), usando jogos com opções, trataram do caso de estratégias de equilíbrio simétrico para um duopólio. Mostraram que quando ambas as firmas pretendem ser as primeiras a investir, passam a existir problemas de coordenação. Para resolver esse problema, os

autores propõem o uso de um método que envolve estratégias mistas simétricas baseada no modelo de Fudenberg e Tirole (1985), que discutiram estratégias mistas no caso determinístico. Eles mostram que, em muitos casos, é incorreto afirmar que em equilíbrio a probabilidade de ambas as firmas investirem simultaneamente é zero, quando só para uma delas é ótimo investir. Huisman e Kort (1999) já haviam mostrado isso no contexto de firmas simétricas, e Dias e Teixeira (2010) detalharam esse resultado no caso simétrico e mostraram as condições necessárias para o caso assimétrico.

Usando jogos com opções, Angelou e Economides (2009) modelaram as interações competitivas que existem nos investimentos no setor de comunicações e tecnologia da informação. O modelo desenvolvido pelos autores foi aplicado a um estudo de caso real, mostrando que o problema pode ser formulado e resolvido pela abordagem aplicada.

O objetivo principal deste artigo é analisar o impacto da preempção (vantagem de primeiro lance – *first move advantage* – com consequente existência de externalidades negativas para os competidores) em situações que consideram o momento ótimo de investimento, no contexto de oligopólios assimétricos e usando a metodologia de jogos de opções. O modelo desenvolvido foi aplicado ao mercado brasileiro de latas de alumínio, em que três empresas configuram um oligopólio assimétrico, o que permite que sejam analisadas as interações estratégicas e suas consequências nas decisões de investimento das empresas.

Em situações de preempção, os resultados do artigo mostram a relevância do uso de um modelo dinâmico na modelagem do assunto, o que permitiu observar a importância de se obter uma vantagem competitiva em custo, e mostrando que é possível a obtenção de lucros monopolísticos ou de se aproveitar de uma expansão isolada por um período maior. Os resultados mostram também que, caso a vantagem competitiva seja muito grande, a ameaça de preempção do rival poderá ser considerada irrelevante e que a empresa irá investir no tempo monopolista ignorando a possibilidade de entrada do rival.

O artigo está assim dividido. A seção 2 apresenta os conceitos de jogos de opções; a seção 3, a indústria de latas de alumínio. A seção 4 desenvolve o modelo de jogos de opções para oligopólios assimétricos; a seção 5 faz uma aplicação do modelo proposto ao mercado de latas de alumínio no Brasil e apresenta os resultados de uma análise de sensibilidade para vários parâmetros; ao passo que a seção 6 apresenta as conclusões do trabalho.

2 JOGOS COM OPÇÕES REAIS

O momento ótimo de investimento está relacionado à escolha do momento ideal para exercer a opção de investir. Como decidir entre investir agora, mais tarde ou abandonar um projeto? Uma empresa, inserida em um ambiente competitivo, pode ter uma política de investimento ótimo completamente diferente de uma firma monopolista. Em situações em que existe a possibilidade de os competidores se anteciparem ao rival, o valor da opção de postergar os investimentos é deteriorado e diminui. Segundo Chevalier-Roignant e Trigeorgis (2011), a presença de competidores geralmente leva as firmas a investirem mais cedo do que no caso monopolista.

Em um ambiente competitivo, as empresas precisam decidir se a melhor estratégia é investir mais cedo e adquirir uma vantagem competitiva sobre os rivais ou postergar os investimentos para adquirir mais informação e mitigar as eventuais consequências das incertezas do mercado. As incertezas exógenas, na forma de demanda flutuante, preços ou custo de produção, podem inibir o investimento de uma firma. Por outro lado, na presença de pressões ou ameaças de firmas rivais, ela pode criar uma vantagem competitiva se investir primeiro. Esse *trade-off* pode ser estudado pela combinação da teoria dos jogos com opções reais.

3 A INDÚSTRIA BRASILEIRA DE LATAS DE ALUMÍNIO

De acordo com a Associação Brasileira dos Fabricantes de Latas de Alta Reciclabilidade

(Abралatas) (<http://www.abралatas.org.br/>), as três empresas instaladas no Brasil são: Rexam PLC, Crown Co. e Latapack-Ball Corporation., com capacidade de produção próxima de 28 bilhões de unidades ao ano. A indústria como um todo é caracterizada por elevadas barreiras de entrada, pois as economias de escala proporcionadas pelas inúmeras fábricas favorecem os grandes produtores. Os custos de frete são substanciais e, por isso, um fator-chave da vantagem competitiva é a proximidade das plantas aos locais de abastecimento dos clientes.

As latas de alumínio são usadas para embalar bebidas, tanto alcoólicas como não alcoólicas. Com base nos relatórios anuais da Rexam (2012), da Crown Holdings Inc. (2012) e da Latapack-Ball Corporation (2012), os principais produtos que fazem uso das latas de alumínio são a cerveja e os refrigerantes, que juntos representaram, em 2012, 76% do que foi consumido em latas no mundo. Com menores participações, os outros produtos são: chá gelado, café, sucos e energéticos, entre outros. O crescimento da preferência pela lata deve-se a uma série de fatores, destacando-se: a praticidade e facilidade de transporte e refrigeração, o respeito à questão ambiental e ao fato de a lata ser reciclada com rapidez e economicamente. Em 2010, o Brasil se tornou o terceiro maior produtor de cerveja do mundo, ultrapassando a Alemanha e a Rússia, ficando atrás apenas da China e dos EUA. A explosão de consumo no Nordeste do Brasil e o aumento da renda *per capita* foram os grandes responsáveis por esse crescimento. Além disso, a criação de uma legislação de trânsito mais rígida levou à migração do consumo de cerveja do bar (onde a embalagem predominante é o vidro) para a casa, beneficiando as vendas de bebidas em latas nos supermercados. Para os próximos anos, eventos internacionais como as Olimpíadas de 2016 irão estimular ainda mais o consumo de latas de alumínio no Brasil.

4 O MODELO DE JOGOS DE OPÇÕES – OLIGOPÓLIO ASSIMÉTRICO

Considerando a indústria brasileira constituída por três empresas oligopolistas de tamanhos

diferentes, concorrendo em um mercado em que há ameaça de preempção e as firmas não são homogêneas (para o mesmo investimento uma firma tem menor custo operacional do que a outra), nesta seção, no contexto dos jogos com opções reais, serão apresentadas as equações e as soluções analíticas que governam o processo decisório de investimento para cada uma das empresas.

No caso da aplicação à indústria brasileira de latas de alumínio consideram-se três empresas. Uma empresa com baixo custo (l), uma com custo intermediário (int) e outra com alto custo (h), de forma que: $c_h > c_{int} > c_l$. Todas as firmas estão operando no mercado e têm a opção de expandir a sua produção de latas fazendo um novo investimento (I), o mesmo para todas as empresas. Como os custos operacionais das firmas diferem, o oligopólio é assimétrico, havendo, portanto, uma vantagem competitiva para a empresa de menor custo operacional. Quando uma das empresas exerce a opção de expansão, o lucro das outras é alterado, ou seja, o modelo considera externalidades negativas.

Levando em consideração as incertezas do mercado, o modelo proposto irá supor que o lucro da firma consiste em duas partes: uma parte determinística que representa a capacidade instalada da empresa (presente e futura), sendo representada por $\bar{\pi}_i$ (sendo i igual a l , int ou h), e um choque estocástico multiplicativo, \tilde{X}_t , representando a incerteza na indústria. Assume-se que esse choque segue um movimento geométrico browniano (MGB) representado pela equação (1) (Dixit & Pindyck, 1994).

em que α é a tendência, σ é a volatilidade e dz_t é o incremento de Wiener dado pela equação (2).

$$d\tilde{X}_t = \alpha\tilde{X}_t dt + \sigma\tilde{X}_t dz_t \quad (1)$$

em que $N(0,1)$ é uma distribuição Normal padronizada (média zero, variância 1).

$$dz_t = \varepsilon\sqrt{dt}, \text{ com } \varepsilon \sim N(0, 1) \quad (2)$$

Assim, o lucro da firma i é dado pela equação (3) a seguir:

$$\tilde{X}_t \cdot \bar{\pi}_i^n = \tilde{\pi}_i^n \quad (3)$$

em que n é o número de firmas que já exerceram a opção de expansão no mercado.

O exercício da opção de expansão (investir I) de uma firma afeta os lucros das outras, uma vez que o modelo considera a possibilidade de externalidades negativas nos preços dada pela curva de demanda (um aumento da quantidade produzida reduzirá o preço final do produto).

Será definida como Líder (L) a empresa que sozinha tiver exercido a opção de expansão. A ordem natural, em razão da vantagem competitiva, é que a firma de baixo custo se torne Líder

(L). Sob determinadas condições, a firma de alto custo entrar antes que a de baixo custo pode ser equilíbrio de Nash perfeito em subjogos (ENPS), como mostraram Dias e Teixeira (2010) no contexto de duopólio assimétrico. Mas este artigo irá abordar apenas o ENPS mais intuitivo.

Quando uma empresa investir após a Líder, ela será a Primeira Seguidora. Seguindo a mesma lógica, a empresa de custo intermediário será a segunda a investir (F_{int}). Se duas empresas já expandiram suas produções, e uma terceira decidir investir, ela será a Segunda Seguidora. Novamente, na ordem natural, deverá ser a firma de alto custo (FF_H). A Tabela 1 relaciona os fluxos de lucros determinísticos de cada uma das três empresas nos quatro possíveis estágios de desenvolvimento da indústria.

TABELA 1 – Lucro do oligopólio em quatro estágios de desenvolvimento

Tempo	Estrutura da Indústria	Fluxo de lucro determinístico		
		Firma L	Firma F	Firma FF
$t < \tilde{T}_L$	Ninguém investe	$\bar{\pi}_L^0$	$\bar{\pi}_F^0$	$\bar{\pi}_{FF}^0$
$\tilde{T}_L \leq t \leq \tilde{T}_F$	Apenas uma investe	$\bar{\pi}_L^1$	$\bar{\pi}_F^1$	$\bar{\pi}_{FF}^1$
$\tilde{T}_F \leq t \leq \tilde{T}_{FF}$	Duas investem	$\bar{\pi}_L^2$	$\bar{\pi}_F^2$	$\bar{\pi}_{FF}^2$
$t \geq \tilde{T}_{FF}$	Todas investem	$\bar{\pi}_L^3$	$\bar{\pi}_F^3$	$\bar{\pi}_{FF}^3$

A solução será encontrada por meio da retroindução (*backwards*). Na abordagem de retroindução, primeiro é necessário estimar o valor no nó de decisão final, em nosso caso o gatilho (valor da firma que dispara o exercício da opção de investir) do Segundo Seguidor, para então calcular o gatilho do Primeiro Seguidor e, por fim, o

gatilho do Líder. Segundo Chevalier-Roignant e Trigeorgis (2011), o valor presente esperado (em $t_0 = 0$) da empresa Segunda Seguidora investindo em expansão no tempo \tilde{T}_{FF} , utilizando os conceitos de fator de desconto estocástico (Dias, 2015; Dixit & Pindyck, 1994), pode ser definido pela equação (4):

$$FF_0(X_T) = \frac{X_0 \cdot \bar{\pi}_{FF}^0}{\delta} + B_0(\tilde{T}_L) \cdot \frac{X_L[\bar{\pi}_{FF}^1 - \bar{\pi}_{FF}^0]}{\delta} + B_0(\tilde{T}_F) \cdot \frac{X_F[\bar{\pi}_{FF}^2 - \bar{\pi}_{FF}^1]}{\delta} + B_0(\tilde{T}_{FF}) \cdot \left[\frac{X_{FF}[\bar{\pi}_{FF}^3 - \bar{\pi}_{FF}^2]}{\delta} - I \right] \quad (4)$$

em que $B_t(\tilde{T})$ é o fator de desconto estocástico e δ é a taxa de distribuição de dividendos da empresa. Os valores encontrados acima são para o caso de choque estocástico inicial (X_0) ser inferior ao pri-

meiro gatilho (X_L), sendo essa uma das premissas que iremos utilizar no modelo.

A empresa que investe por último maximiza seu valor selecionando o momento ótimo

de investir, ou seja, selecionando o gatilho no tempo \tilde{T}_{FF} . Pelas condições de primeira ordem, iguala-se a zero a derivada parcial da equação (4) em relação à variável de controle, o gatilho de exercício X_{FF} , obtendo-se a seguinte equação (Chevalier-Roignant & Trigeorgis, 2011):

$$B_X(X_{FF}) \cdot \left[\frac{X_{FF}[\bar{\pi}_{FF}^3 - \bar{\pi}_{FF}^2]}{\delta} - I \right] + B_0(X_{FF}) \cdot \left[\frac{[\bar{\pi}_{FF}^3 - \bar{\pi}_{FF}^2]}{\delta} \right] = 0 \quad (5)$$

$$B_X(\cdot) = \frac{\partial B}{\partial X_{FF}} \quad (6)$$

$$B_0(X_{FF}) = \left(\frac{X_0}{X_{FF}} \right)^{\beta_1} \quad (7)$$

$$\beta_1 = \frac{1}{2} - \frac{(r - \delta)}{\sigma^2} + \sqrt{\left[\frac{(r - \delta)}{\sigma^2} - \frac{1}{2} \right]^2 + \frac{2r}{\sigma^2}} \quad (8)$$

O fator de desconto estocástico, antes função do tempo, agora passa a ser função do valor X_{FF} (há duas estratégias equivalentes: o investidor procura o tempo ótimo para tomar a decisão, ou o nível alvo ótimo para investir – valor do choque estocástico) (Dias, 2015; Dixit & Pindyck, 1994).

A derivada do valor esperado do fator de desconto estocástico em relação a X_{FF} :

$$B_X(X_{FF}) = -\beta_1 \frac{X_0^{\beta_1}}{X_{FF}^{\beta_1+1}} \quad (9)$$

Substituindo as equações (7) e (9) na equação (5), é possível encontrar o valor do gatilho X_{FF} (da firma Segunda Seguidora, dado pela equação (10):

$$X_{FF} = \frac{\beta_1}{\beta_1 - 1} \cdot \frac{\delta \cdot I}{\bar{\pi}_{FF}^3 - \bar{\pi}_{FF}^2} \quad (10)$$

O valor presente esperado da empresa Primeira Seguidora (no tempo $t_0 = 0$), investindo em expansão no gatilho \tilde{T}_F , para $X_0 \leq X_{TL}$, é dado pela equação (11):

$$\begin{aligned} F_0(X_T) &= \frac{X_0 \cdot \bar{\pi}_F^0}{\delta} + B_0(\tilde{T}_L) \cdot \frac{X_L[\bar{\pi}_F^1 - \bar{\pi}_F^0]}{\delta} \\ &+ B_0(\tilde{T}_F) \cdot \left[\frac{X_F[\bar{\pi}_F^2 - \bar{\pi}_F^1]}{\delta} - I \right] \\ &+ B_0(\tilde{T}_{FF}) \cdot \frac{X_{FF}[\bar{\pi}_F^3 - \bar{\pi}_F^2]}{\delta} \end{aligned} \quad (11)$$

Se não houvesse a ameaça de preempção, a firma Primeira Seguidora (F_{int}) investiria no gatilho que maximizasse o valor da empresa. Em razão da ameaça de preempção, há, no entanto, a possibilidade de ela não poder esperar tanto tempo para investir. A Segunda Seguidora (FF_h) por ser a terceira a investir, pode ter incentivo para se tornar Primeira Seguidora (F_h). Isso irá ocorrer se o valor dessa empresa como Primeira Seguidora for superior ao seu valor como Segunda Seguidora, ou seja, se $F_h > FF_h$. A estratégia da firma Primeira Seguidora (F_{int}) irá depender do tamanho de sua vantagem competitiva. Se a vantagem for grande o suficiente, pode ser que ela não precise se preocupar com a preempção. Isso ocorre quando a empresa Segunda Seguidora (FF_h) nunca está melhor como Primeira Seguidora (F_h). Nesse caso, a empresa Primeira Seguidora (F_{int}) irá investir escolhendo seu gatilho de maneira monopolística, o qual será chamado de X_F^M . Nesse contexto, utilizando a condição de primeira ordem para maximizar o valor da empresa, toma-se a derivada parcial da equação (11) em relação à variável estocástica X_F^M , igualando o resultado a zero e obtendo-se a seguinte equação:

$$B_X(X_F^M) \cdot [V_{T_F}[\bar{\pi}_F^2 - \bar{\pi}_F^1] - I] + B_0(X_F) \cdot V_X[\bar{\pi}_F^2 - \bar{\pi}_F^1] = 0 \quad (12)$$

em que: $V_X(\cdot) = \frac{\partial V}{\partial X_F^M}$.

O valor do gatilho X_F^M sem ameaça de preempção será:

$$X_F^M = \frac{\beta_1}{\beta_1 - 1} \cdot \frac{\delta \cdot I}{\bar{\pi}_F^2 - \bar{\pi}_F^1} \quad (13)$$

Caso a vantagem competitiva seja pequena, pode ser que exista uma região na qual a firma de alto custo, em vez de ser a Segunda Seguidora (FF_h), esteja melhor investindo como Primeira Seguidora (F_h). Nesse cenário, de forma a evitar a preempção, a estratégia ótima da Segunda Seguidora (FF_h) é investir quando seu valor como Segunda Seguidora (FF_h) se igualar ao seu valor como Primeira Seguidora (F_h), ou seja, quando $F_h = FF_h$. Assim, o gatilho de preempção da firma Primeira Seguidora (F_h) será:

$$X_F^P = \inf\{\tilde{X}_t < X_{FF} | F_h(\tilde{X}_t) = FF_h(\tilde{X}_t)\} \quad (14)$$

O gatilho da firma Primeira Seguidora será o mínimo entre o gatilho calculado de forma monopolística e o gatilho de preempção:

$$X_F = \min\{X_F^M; X_F^P\} \quad (15)$$

No gatilho \tilde{T}_L , o valor presente esperado (no tempo $t_0 = 0$) investindo em expansão da empresa Líder é dado por (Chevalier-Roignant & Trigeorgis, 2011):

$$\begin{aligned} L_0(X_T) &= \frac{X_0 \cdot \bar{\pi}_L^0}{\delta} + B_0(\tilde{T}_L) \cdot \left[\frac{X_L[\bar{\pi}_L^1 - \bar{\pi}_L^0]}{\delta} - I \right] \\ &+ B_0(\tilde{T}_F) \cdot \frac{X_F[\bar{\pi}_L^2 - \bar{\pi}_L^1]}{\delta} \\ &+ B_0(\tilde{T}_{FF}) \cdot \frac{X_{FF}[\bar{\pi}_L^3 - \bar{\pi}_L^2]}{\delta} \end{aligned} \quad (16)$$

Como o valor da firma irá depender do estado inicial da demanda, são possíveis os seguintes casos:

- Para $X_L \leq X_0 < X_F$, apenas a firma Líder investe imediatamente:

$$\begin{aligned} L_0(X_T) &= \frac{X_0 \cdot \bar{\pi}_L^1}{\delta} - I + B_0(\tilde{T}_F) \cdot \frac{X_F[\bar{\pi}_L^2 - \bar{\pi}_L^1]}{\delta} \\ &+ B_0(\tilde{T}_{FF}) \cdot \frac{X_{FF}[\bar{\pi}_L^3 - \bar{\pi}_L^2]}{\delta} \end{aligned} \quad (17)$$

- Para $X_F \leq X_0 < X_{FF}$, apenas as firmas Líder e Primeira Seguidora investem no tempo $t=0$:

$$L_0(X_T) = \frac{X_0 \cdot \bar{\pi}_L^2}{\delta} - I + B_0(\tilde{T}_{FF}) \cdot \frac{X_{FF}[\bar{\pi}_L^3 - \bar{\pi}_L^2]}{\delta} \quad (18)$$

- Para $X_0 \geq X_{FF}$, todas as três firmas investem imediatamente:

$$L_0(X_T) = \frac{X_0 \cdot \bar{\pi}_L^3}{\delta} - I \quad (19)$$

O mesmo raciocínio utilizado para a análise do gatilho X_F será usado para a firma Líder. Se não houvesse a ameaça de preempção, a firma Líder de baixo custo (L_l) investiria no gatilho que maximizasse o valor da empresa. Por causa da ameaça de preempção, porém, há a possibilidade

de ela não poder esperar tanto para investir. A Primeira Seguidora (firma de custo intermediário) pode ter incentivos para se tornar Líder (L_{int}). Isso irá ocorrer se o valor dessa firma como Líder for superior ao seu valor como Primeira Seguidora, ou seja, se $L_{int} > F_{int}$.

A estratégia da firma Líder (L_l) irá depender do tamanho de sua vantagem competitiva. Se a vantagem for grande o suficiente, pode ser que ela não se preocupe com a preempção. Isso irá ocorrer quando a firma Primeira Seguidora (F_{int}) nunca estiver melhor como Líder (L_{int}). Nesse caso, a firma Líder (L_l) irá investir escolhendo seu gatilho de maneira monopolística, o qual será chamado de X_L^M . Nesse caso, utilizando a condição de primeira ordem para maximizar o valor da empresa, deve-se tomar a derivada parcial de L_0 em relação à variável de controle estocástico, X_L^M e igualar o resultado a zero (Chevalier-Roignant & Trigeorgis, 2011). Procedendo dessa forma, o valor do gatilho X_L^M sem a ameaça de preempção, é dado pela seguinte equação:

$$X_L^M = \frac{\beta_1}{\beta_1 - 1} \cdot \frac{\delta \cdot I}{\bar{\pi}_L^1 - \bar{\pi}_L^0} \quad (20)$$

Caso a vantagem competitiva seja pequena, pode ser que exista uma região na qual a Primeira Seguidora (F_{int}) esteja melhor investindo como Líder (L_{int}). Nesse cenário, a estratégia ótima da primeira firma, de forma a evitar a preempção, é investir quando o valor da Primeira Seguidora (F_{int}) se igualar ao seu valor como Líder (L_{int}), ou seja, quando $L_{int} = F_{int}$. Assim, o gatilho de preempção da firma Líder (L_l) será:

$$X_L^P = \inf\{\tilde{X}_t < X_F | L_{int}(\tilde{X}_t) = F_{int}(\tilde{X}_t)\} \quad (21)$$

O gatilho da firma Líder será o mínimo entre o gatilho calculado de forma monopolística e o gatilho de preempção:

$$X_L = \min\{X_L^M; X_L^P\} \quad (22)$$

As empresas irão competir na forma de um oligopólio de Cournot. Em um mercado com firmas oligopolistas competindo em quantidade

e produzindo um bem homogêneo, em que cada firma i tem um custo marginal de produção c_i , a parte determinística da demanda será representada por meio da função linear dada pela equação (23).

$$P(Q_T) = a - bQ_T, \text{ com } a > 0, b > 0 \text{ e } a > bQ_T \quad (23)$$

A função de lucro da firma i é dada por:

$$\pi_i(q_i, Q_{-i}) = [P(q_i, Q_{-i}) - c_i]q_i, \quad \text{para } i = 1, \dots, n \quad (24)$$

em que Q_{-i} é a quantidade total produzida por todas as empresas do mercado, exceto a firma i , com $Q_T = q_i + Q_{-i}$. Para obter o equilíbrio de Cournot-Nash, deve-se encontrar o perfil da estratégia de produção ótima $(q_i^C, q_{i+1}^C, \dots, q_n^C)$ de tal forma que cada firma i maximize seu lucro considerando como dadas as escolhas dos rivais. Isso leva à seguinte condição de primeira ordem:

$$\frac{\partial \pi_i(q_i^C, Q_{-i}^C)}{\partial q_i} = 0 \quad (25)$$

$$q_i^C \cdot \frac{\partial P(q_i^C, Q_{-i}^C)}{\partial q_i} + P(q_i^C, Q_{-i}^C) = c_i \quad (26)$$

No modelo de oligopólio de Cournot com firmas assimétricas, é preciso resolver o seguinte sistema de n equações e n variáveis:

$$\begin{cases} a - 2bq_i^C - b(Q_T^C - q_i^C) = c_i \\ a - 2bq_{i+1}^C - b(Q_T^C - q_{i+1}^C) = c_{i+1} \\ \dots \\ a - 2bq_n^C - b(Q_T^C - q_n^C) = c_n \end{cases} \quad (27)$$

Resolvendo o sistema, encontra-se a quantidade total produzida no mercado:

$$Q_T^C = \left(\frac{n}{n+1}\right) \left(\frac{a - \bar{c}}{b}\right) \quad (28)$$

em que $\bar{c} \equiv \sum_{j=1}^n c_j/n$ é a média dos custos de produção da indústria.

A quantidade individual de cada firma é obtida substituindo a quantidade total da indústria em cada equação do sistema (27):

$$q_i^C = \frac{1}{n+1} \left(\frac{a - nc_i + (n-1)\bar{c}_{-i}}{b}\right) \quad (29)$$

O preço de equilíbrio será:

$$P^C = \bar{c} + \frac{a - \bar{c}}{n+1} \quad (30)$$

O lucro da firma i será dado por:

$$\pi_i^C = \frac{1}{(n+1)^2} \frac{(a - nc_i + (n-1)\bar{c}_{-i})^2}{b} \quad (31)$$

em que $\bar{c}_{-i} \equiv \sum_{j \neq i}^n c_j/(n-1)$ é a média dos custos de produção de todas as firmas do mercado, exceto a firma i .

5 APLICAÇÃO DO MODELO AO MERCADO BRASILEIRO DE LATAS DE ALUMÍNIO

De acordo com o Capital Asset Pricing Model (CAPM), o prêmio de risco (PR) pode ser estimado da seguinte maneira:

$$PR = \beta \cdot PR_{\text{Brasil}} \quad (32)$$

Uma boa representação para a taxa livre de risco (r) são os títulos soberanos de 10 anos de maturidade do governo brasileiro, atualmente em torno de $r=8,25\%$, de acordo com os dados da Bloomberg. Desse valor é preciso descontar um valor referente ao *default risk* do Brasil, representado pelo índice EMBI+ (Emerging Markets Bonds Index Plus), atualmente em torno de $1,87\%$ (valor referente ao risco Brasil no site portalbrasil.net). Assim, uma boa aproximação para a taxa livre de risco para o Brasil é a diferença entre esses valores, ou seja: $r=8,25\%$. De acordo com a Bloomberg, o prêmio de risco estimado para o Brasil (PR_{Brasil}) é de $2,63\%$ ao ano. Para o beta do setor (β) foi utilizado o valor $0,9$, conforme estimativa apresentada no relatório da empresa Rexam (2012), extraído do banco de dados da Bloomberg. Assim, o PR anual da indústria de latas de alumínio foi estimado em $2,37\%$.

Os parâmetros do choque estocástico multiplicativo, \tilde{X}_t , que representam a incerteza

na indústria de latas de alumínio, também têm que ser estimados. Supõe-se que \tilde{X}_t segue um movimento geométrico browniano (MGB) da forma da equação (1).

A Abralatas disponibiliza alguns dados sobre o setor no Brasil; no entanto, pelo fato de a indústria de latas no Brasil ser relativamente recente, há poucos dados históricos sobre consumo e produção. Dixit e Pindyck (1994) recomendam séries longas (duas décadas ou mais) para estimar a tendência. Há informações sobre o consumo de latas de 1997 até 2013, um intervalo muito curto de tempo e, provavelmente, a forma de se estimar a tendência não seria representativa para o setor. Em vez de se calcular a tendência, neste trabalho será feita uma abordagem mais qualitativa. O Relatório Anual da Rexam (2012) aponta que o crescimento do consumo de latas de alumínio no Brasil entre os anos de 2014 e 2016 está estimado entre cinco e seis pontos percentuais. Como grande parte desse crescimento se dará em razão de eventos internacionais, como as Olimpíadas de 2016, assumiu-se um crescimento inferior, igual a três pontos percentuais, de forma a representar um crescimento de longo prazo. Assim, temos que: $\alpha=3\%$.

Diferentemente do cálculo da tendência, uma estimativa para a volatilidade não necessita de uma grande quantidade de dados. Mesmo com um intervalo de tempo limitado do setor de latas de alumínio, a regressão linear dos dados resultará numa boa estimativa para a variância do estimador da volatilidade $var(\hat{\sigma})$, uma vez que é proporcional a $\frac{2\sigma^4}{n}$.

Assumindo que o consumo do mercado de latas de alumínio (Q_T) segue um MGB, a equação em tempo discreto será:

$$\ln Q_t = a + \ln Q_{t-1} + \varepsilon_t \quad (33)$$

em que ε_t são independentes e identicamente distribuídos e seguem uma distribuição Normal $N(0,\sigma^2)$.

O estimador da volatilidade ($\hat{\sigma}$) é igual a:

$$\hat{\sigma}^2 = var \left[\ln \left(\frac{Q_t}{Q_{t-1}} \right) \right] \quad (34)$$

Com base nos dados anuais do setor de 1990 a 2012, disponibilizados no *website* da Abralatas, a raiz quadrada da variância dos dados é calculada para encontrar a estimativa da volatilidade anual. Assim: $\hat{\sigma}=19,19\%$.

A função demanda é linear e a parte determinística dela, dada pela equação (23), em que $X.P(Q_T)$ é o preço da lata de alumínio (em dólar) no Brasil. Para estimar os parâmetros da função linear, foram coletados dados dos relatórios anuais das três empresas que atuam no setor. Pela receita total das empresas no Brasil, e das quantidades vendidas nos anos de 2011 e 2012, foi possível encontrar uma reta que representa a demanda inversa brasileira de latas de alumínio. As quantidades totais produzidas na indústria e as receitas totais estão apresentadas nas Tabelas 2 e 3, respectivamente.

TABELA 2 – Produção anual de latas de alumínio no Brasil em bilhões de unidades

Ano	Q_T (bilhões)
2011	18,50
2012	19,40

TABELA 3 – Receita anual das empresas no Brasil em milhões de dólares

Ano	Ball	Crown	Rexam
2011	420,38	592,96	1.132,43
2012	432,36	593,22	1.063,58

Após os cálculos, o preço unitário encontrado em 2011 foi de US\$ 0,12 e US\$ 0,11 em 2012. Assim, os parâmetros estimados para a função de demanda inversa são: $a=0,26$ e $b=0,0079$.

Neste trabalho, assume-se a premissa de igualdade de investimento entre as empresas para a expansão da produção de latas de alumínio. Ela se justifica uma vez que as empresas nacionais importam máquinas e equipamentos para a construção de novas fábricas de alumínio, e se relacionam normalmente com os mesmos fornecedores. Como apontado nos relatórios anuais das empresas, estudos do mercado e notícias do setor, o valor do desembolso para a concretização

do investimento é bastante similar entre os competidores. As empresas devem incorrer em um custo de aproximadamente US\$ 100 milhões para implementar uma fábrica com capacidade anual de bilhão de latas de alumínio. Dessa forma, o investimento, em bilhões de dólares, será: $I=0,1$.

Para o cálculo dos custos de produção unitários (antes do exercício da opção de expansão), foram utilizadas as informações dos relatórios anuais de cada uma das empresas. O custo

operacional unitário das empresas foi estimado multiplicando-se o preço de venda unitário pelo complemento da margem operacional de cada firma. Neste trabalho foi utilizada a média da margem operacional de cada empresa. Com base nos dados das Tabelas 4 e 5, calculando o custo operacional (US\$/lata) e assumindo o preço unitário de 2012 (US\$ 0,11/lata), tem-se que: $c_h^0 = 0,0965$; $c_{int}^0 = 0,0961$ e $c_l^0 = 0,0942$.

TABELA 4 – Margem operacional das empresas do setor

		Receita (milhões)	Lucro Operacional (milhões)	Margem Operacional
Rexam	2012	£ 3.885	£ 456	11,7%
	2011	£ 3.786	£ 447	11,8%
Ball	2012	US\$ 6.492	US\$ 742	11,4%
	2011	US\$6.434	US\$ 725	11,3%
Crown	2012	US\$4.906	US\$665	13,6%
	2011	US\$4.803	US\$637	13,3%

TABELA 5 – Custo operacional unitário das empresas do setor

Firma	Margem Operacional	Cálculo	Custo Operacional Unitário (C_i^0)
Rexam (<i>int</i>)	11,75%	88,25% x 0,11	US\$ 0,0961
Ball (<i>h</i>)	11,35%	88,65% x 0,11	US\$ 0,0965
Crown (<i>l</i>)	13,45%	86,55% x 0,11	US\$ 0,0942

O investimento em expansão será modelado por meio de uma redução no custo operacional das empresas. Como elas competem em quantidade, segundo o modelo de Cournot, uma redução do custo fará que a empresa aumente sua quantidade produzida (a redução do custo operacional pelo investimento foi considerada em 5%). Os custos operacionais unitários após a expansão serão: $c_h^1 = 0,0917$; $c_{int}^1 = 0,0913$ e $c_l^1 = 0,0895$

Em contexto de competição assimétrica de Cournot, o lucro da firma será dado pela equação (31). No estudo de caso deste artigo, como n é igual a 3, os lucros das firmas em cada situação estão representados na Tabela 6. Em razão da vantagem competitiva e da premissa de que $X_0 < \min \{X_L^P; X_L^M\}$, a firma de baixo custo investirá como Líder, a de custo intermediário como Primeira Seguidora e a de alto, custo como Segunda Seguidora.

TABELA 6 – Lucro das empresas nas quatro situações de mercado

Nenhuma Empresa Investiu	
Firma	Lucro (US\$ Bilhões)
$\bar{\pi}_{Ll}^0$	0,234
$\bar{\pi}_{F_{int}}^0$	0,215
$\bar{\pi}_{FF_h}^0$	0,210
Somente Líder Investiu	
Firma	Lucro (US\$ Bilhões)
$\bar{\pi}_{Ll}^1$	0,274
$\bar{\pi}_{F_{int}}^1$	0,202
$\bar{\pi}_{FF_h}^1$	0,198
Líder e Primeira Seguidora Investiram	
Firma	Lucro (US\$ Bilhões)
$\bar{\pi}_{Ll}^2$	0,260
$\bar{\pi}_{F_{int}}^2$	0,241
$\bar{\pi}_{FF_h}^2$	0,186
Todas Investiram	
Firma	Lucro (US\$ Bilhões)
$\bar{\pi}_{Ll}^3$	0,247
$\bar{\pi}_{F_{int}}^3$	0,227
$\bar{\pi}_{FF_h}^3$	0,223

A firma que possui uma vantagem em custo produzirá mais do que aquela que possui um custo maior, fazendo que os lucros sejam diferentes para cada tipo de empresa. Quando X atingir o gatilho de líder da firma de baixo custo, a sua produção e seu lucro aumentarão. O aumento de produção diminuirá o preço unitário do mercado e, conseqüentemente, fará que os lucros determinísticos das firmas de custo intermediário e de alto custo sejam reduzidos.

Quando o gatilho da firma de custo intermediário é atingido, ela exerce sua opção de expansão, se tornando a Primeira Seguidora (F). Isso faz que o lucro da firma de baixo custo (que já havia aumentado sua capacidade de produção) se reduza, assim como o lucro da firma de alto custo,

pela redução do preço do mercado. Utilizando o mesmo raciocínio, a expansão da produção da firma de alto custo, Segunda Seguidora (FF), irá aumentar o seu lucro e reduzir o das outras firmas operando no mercado.

De acordo com Chevalier-Roignant e Trigeorgis (2011), ao analisar jogos de momento ótimo, o primeiro passo é encontrar o gatilho da firma Segunda Seguidora X_{FF} , dado pela equação (10). Como essa firma é a última a expandir a sua produção, ela não precisa se preocupar com ameaças de preempção. A premissa do modelo, $X_0 < \min \{X_L^P; X_L^M\}$ faz que a firma de maior custo h seja a Segunda Seguidora. Dessa forma, o gatilho será:

$$X_{FF} = \frac{\beta_1}{\beta_1 - 1} \cdot \frac{\delta \cdot I}{\bar{\pi}_{FF_h}^3 - \bar{\pi}_{FF_h}^2} = \frac{2,47}{2,47 - 1} \cdot \frac{7,63\% \cdot 0,100}{0,223 - 0,186} = 0,348 \tag{35}$$

Já o gatilho da firma Primeira Seguidora será o mínimo entre o gatilho calculado de forma monopolística e o gatilho de preempção. Assim,

como base nas equações (13), (14) e (15), o gatilho monopolístico da firma de custo intermediário é dado pela equação (36):

$$X_{FFint}^M = \frac{\beta_1}{\beta_1 - 1} \cdot \frac{\delta \cdot I}{\bar{\pi}_{FFint}^2 - \bar{\pi}_{FFint}^1} = \frac{2,47}{2,47 - 1} \cdot \frac{7,76\% \cdot 0,100}{0,241 - 0,202} = 0,336 \quad (36)$$

Para calcular o gatilho de preempção, é preciso encontrar o valor no ponto no qual o valor da firma de alto custo como Primeira Seguidora (F_h) é igual ao seu valor como Segunda Seguidora (FF_h). Para alcançar a igualdade, é necessário en-

contrar o valor dos fluxos de lucro no qual a firma de baixo custo é Líder, a de alto custo é Primeira Seguidora e a de custo intermediário é Segunda Seguidora. Esses lucros estão apresentados na Tabela 7.

TABELA 7 – Lucro das empresas considerando firma de alto custo como Primeira Seguidora

Nenhuma Empresa Investiu	
Firma	Lucro (Bilhões)
$\bar{\pi}_{L_l}^0$	0,234
$\bar{\pi}_{F_h}^0$	0,210
$\bar{\pi}_{FFint}^0$	0,215
Somente Líder Investiu	
Firma	Lucro (Bilhões)
$\bar{\pi}_{L_l}^1$	0,274
$\bar{\pi}_{F_h}^1$	0,198
$\bar{\pi}_{FFint}^1$	0,202
Líder e Primeira Seguidora Investiram	
Firma	Lucro (Bilhões)
$\bar{\pi}_{L_l}^2$	0,260
$\bar{\pi}_{F_h}^2$	0,236
$\bar{\pi}_{FFint}^2$	0,190
Todas Investiram	
Firma	Lucro (Bilhões)
$\bar{\pi}_{L_l}^3$	0,247
$\bar{\pi}_{F_h}^3$	0,223
$\bar{\pi}_{FFint}^3$	0,227

Calculando o gatilho da firma de custo intermediário entrando como Segunda Seguidora (X_{FFint}), tem-se que:

$$X_{FFint} = \frac{\beta_1}{\beta_1 - 1} \cdot \frac{\delta \cdot I}{\bar{\pi}_{FFint}^3 - \bar{\pi}_{FFint}^2} = \frac{2,47}{2,47 - 1} \cdot \frac{7,62\% \cdot 0,100}{0,227 - 0,190} = 0,346. \quad (37)$$

Igualando os valores da firma de alto custo como Primeira Seguidora (F_h) e Segunda Seguidora (FF_h^0), chega-se à equação (38):

$$\begin{aligned} & \left(\frac{1}{X_{F_{int}}}\right)^{\beta_1} \cdot \frac{X_{F_{int}}[\bar{\pi}_{FFh}^2 - \bar{\pi}_{FFh}^1]}{\delta} + \left(\frac{1}{X_{FFh}}\right)^{\beta_1} \cdot \left[\frac{X_{FFh}[\bar{\pi}_{FFh}^3 - \bar{\pi}_{FFh}^2]}{\delta} - I \right] \\ & = \left(\frac{1}{X_{Fh}}\right)^{\beta_1} \cdot \left[\frac{X_{Fh}[\bar{\pi}_{Fh}^2 - \bar{\pi}_{Fh}^1]}{\delta} - I \right] + \left(\frac{1}{X_{FF_{int}}}\right)^{\beta_1} \cdot \frac{X_{FF_{int}}[\bar{\pi}_{Fh}^3 - \bar{\pi}_{Fh}^2]}{\delta} \end{aligned} \quad (38)$$

Substituindo na equação (38) todos os valores previamente calculados e utilizando a função *Solver* do Excel, encontra-se o gatilho $X_{F_{int}}$, ou

seja, o gatilho de preempção da firma de custo intermediário, $X_{F_{int}}^P = 0,298$.

A firma de custo intermediário investirá em:

$$X_{F_{int}} = \min\{X_{F_{int}}^M; X_{F_{int}}^P\} = \min\{0,336; 0,298\} = 0,298. \quad (39)$$

A ameaça de preempção faz que a firma de custo intermediário não possa esperar o ponto que maximiza seu valor como Primeira Seguidora. Como sua vantagem em custo não é grande o suficiente, ela precisa investir antes para que não seja antecipada pela firma de alto custo.

O gatilho da firma Líder será o mínimo entre o gatilho calculado de forma monopolística e o gatilho de preempção. O gatilho monopolístico da firma de baixo custo é:

$$X_{Ll}^M = \frac{\beta_1}{\beta_1 - 1} \cdot \frac{\delta \cdot I}{\bar{\pi}_{Ll}^1 - \bar{\pi}_{Ll}^0} = \frac{2,47}{2,47 - 1} \cdot \frac{7,76\% \cdot 0,100}{0,274 - 0,234} = 0,320. \quad (40)$$

Para calcular o gatilho de preempção, é preciso encontrar a valor de X_t no qual a firma de custo intermediário é indiferente entre investir como Líder e esperar para investir em $X_{F_{int}}$, ou seja, o ponto no qual o valor da firma de custo intermediário como Líder (L_{int}) é igual ao seu valor como Primeira Seguidora (F_{int}). Para encontrar o valor de $X_{L_{int}}$ que iguala essa equação,

deve-se encontrar o gatilho da firma de baixo custo entrando como Primeira Seguidora (X_{Fl}). É necessário, também, encontrar o valor dos fluxos de lucro neste caso, em que a firma de custo intermediário é Líder, a de baixo custo Primeira Seguidora e a de alto custo, Segunda Seguidora. Os lucros estão resumidos na Tabela 8.

TABELA 8 – Lucro das empresas com a firma de custo intermediário como Líder

Nenhuma Empresa Investiu	
Firma	Lucro (Bilhões)
$\bar{\pi}_{L_{int}}^0$	0,215
$\bar{\pi}_{F_l}^0$	0,234
$\bar{\pi}_{FF_h}^0$	0,210
Somente Líder Investiu	
Firma	Lucro (Bilhões)
$\bar{\pi}_{L_{int}}^1$	0,254
$\bar{\pi}_{F_l}^1$	0,221
$\bar{\pi}_{FF_h}^1$	0,198
Líder e Primeira Seguidora Investiram	
Firma	Lucro (Bilhões)
$\bar{\pi}_{L_{int}}^2$	0,241
$\bar{\pi}_{F_l}^2$	0,260
$\bar{\pi}_{FF_h}^2$	0,186
Todas Investiram	
Firma	Lucro (Bilhões)
$\bar{\pi}_{L_{int}}^3$	0,227
$\bar{\pi}_{F_l}^3$	0,247
$\bar{\pi}_{FF_h}^3$	0,223

Agora, é possível calcular o gatilho da firma de baixo custo entrando como Primeira Seguidora (X_{F_l}):

$$X_{F_l} = \frac{\beta_1}{\beta_1 - 1} \cdot \frac{\delta \cdot I}{\bar{\pi}_{F_l}^2 - \bar{\pi}_{F_l}^1} = \frac{2,47}{2,47 - 1} \cdot \frac{7,62\% \cdot 0,100}{0,260 - 0,221} = 0,328. \quad (41)$$

A seguir, igualam-se os valores da firma de custo intermediário investindo como Líder e como Primeira Seguidora, isto é:

$$L_{int}^0(X_T) = F_{int}^0(X_T) \quad (42)$$

$$\begin{aligned} & \left(\frac{1}{X_{L_{int}}}\right)^{\beta_1} \cdot \left[\frac{X_{L_{int}} [\bar{\pi}_{L_{int}}^1 - \bar{\pi}_{L_{int}}^0]}{\delta} - I \right] + \left(\frac{1}{X_{F_l}}\right)^{\beta_1} \cdot \frac{X_{F_l} [\bar{\pi}_{L_{int}}^2 - \bar{\pi}_{L_{int}}^1]}{\delta} \\ & = \left(\frac{1}{X_{L_l}}\right)^{\beta_1} \cdot \frac{X_{L_l} [\bar{\pi}_{F_{int}}^1 - \bar{\pi}_{F_{int}}^0]}{\delta} + \left(\frac{1}{X_{F_{int}}}\right)^{\beta_1} \cdot \left[\frac{X_{F_{int}} [\bar{\pi}_{F_{int}}^2 - \bar{\pi}_{F_{int}}^1]}{\delta} - I \right] \end{aligned} \quad (43)$$

Substituindo na equação (43) todos os valores previamente calculados e utilizando a função *Solver* do Excel, chega-se ao gatilho $X_{L_{int}}$, ou seja, o gatilho de preempção da firma de baixo custo $X_{L_l}^P$; assim: $X_{L_l}^P = 0,290$.

A firma de baixo custo investirá em:

$$X_{L_l} = \min\{X_{L_l}^M, X_{L_l}^P\} = \min\{0,320; 0,290\} = 0,290. \quad (44)$$

A ameaça de preempção faz que a firma de baixo custo não possa esperar investir no tempo em que maximiza seu valor como Líder. Como sua vantagem em custo não é grande o suficiente, ela precisa investir antes para que não seja antecipada pela firma de custo intermediário.

No tempo $t = 0$, todas as três firmas estão ativas no mercado. Quando o choque estocástico X_T atingir o valor 0,290, a firma de baixo custo investirá o valor I e expandirá sua produção. Enquanto o choque estocástico for maior do que 0,290 e menor do que 0,289, apenas a firma de custo baixo estará se beneficiando de uma maior produção. Somente quando o choque atingir 0,298, a firma de custo intermediário exercerá

a opção de aumento de produção. Já a firma de alto custo só investirá quando o valor do choque chegar a 0,348. A Figura 2 é uma ilustração dos gatilhos; resumindo, a firma Líder de baixo custo irá investir em seu tempo de preempção $T_{L_l}^P$, não podendo esperar para investir no ponto que maximizaria seu valor, referente ao gatilho monopolístico $T_{L_l}^P$. Já a firma Primeira Seguidora de custo intermediário irá investir em seu tempo de preempção $T_{F_{int}}^P$, não podendo esperar para investir no ponto que maximizaria seu valor, referente ao gatilho monopolístico $T_{F_{int}}^M$. Finalmente, por não ter ameaça de preempção, a firma Segunda Seguidora de alto custo irá investir em seu tempo monopolístico $T_{F_{int}}^M$.

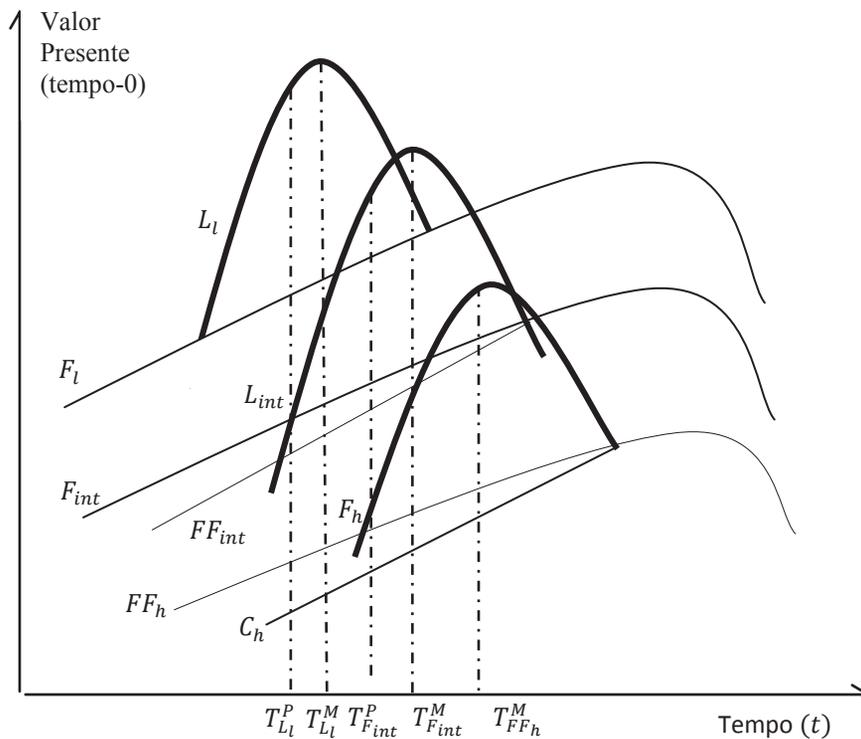


FIGURA 1 – Gatilhos de preempção e monopolísticos das firmas

5.1 Análise de sensibilidade

Nesta seção foi efetuada uma comparação entre as variações nos gatilhos monopolísticos e de preempção das três empresas em relação às diversas variáveis do modelo. Os gatilhos utilizados como referência são:

TABELA 9 – Gatilho das empresas

	X_i^P	X_i^M
L_l	0,290	0,320
F_{int}	0,298	0,336
FF_h	–	0,348

Para cada um dos casos, as Tabelas 10, 11, 12 e 13 apresentam os valores e as variações percentuais dos gatilhos monopolísticos e de preempção das firmas (de baixo custo, custo

intermediário e alto custo), para a taxa livre de risco, para a tendência, para a volatilidade e para a função de demanda, respectivamente.

TABELA 10 – Análise de sensibilidade da taxa livre de risco

	$r_{5\%} = 8,66\%$		$r_{10\%} = 9,08\%$		$r_{15\%} = 9,49\%$		$r_{20\%} = 9,90\%$	
	X_t^P	X_t^M	X_t^P	X_t^M	X_t^P	X_t^M	X_t^P	X_t^M
L_t	0,302	0,332	0,313	0,345	0,325	0,357	0,336	0,370
Δ	3,99%	3,97%	7,96%	7,92%	11,9%	11,8%	15,9%	15,8%
F_{int}	0,310	0,349	0,322	0,362	0,334	0,376	0,345	0,389
Δ	4,00%	3,97%	7,98%	7,92%	11,9%	11,8%	15,9%	15,8%
FF_h	–	0,362	–	0,375	–	0,389	–	0,403
Δ		3,97%		7,92%		11,8%		15,8%

Pode-se observar que uma variação positiva de 20% na taxa livre de risco faz que o gatilho seja alterado, positivamente, em torno de 16%. Um aumento na taxa livre de risco estará

postergando o momento ótimo de investimento das empresas, ou seja, o investimento só será justificado em um mercado mais lucrativo do que anteriormente.

TABELA 11 – Análise de sensibilidade da tendência

	$\alpha_{5\%} = 3,15\%$		$\alpha_{10\%} = 3,30\%$		$\alpha_{15\%} = 3,45\%$		$\alpha_{20\%} = 3,60\%$	
	X_t^P	X_t^M	X_t^P	X_t^M	X_t^P	X_t^M	X_t^P	X_t^M
L_t	0,288	0,317	0,286	0,315	0,284	0,313	0,282	0,311
Δ	-0,689%	-0,670%	-1,37%	-1,33%	-2,03%	-1,98%	-2,69%	-2,62%
F_{int}	0,296	0,334	0,294	0,331	0,292	0,329	0,290	0,327
Δ	-0,696%	-0,670%	-1,38%	-1,33%	-2,05%	-1,98%	-2,71%	-2,62%
FF_h	–	0,346	–	0,343	–	0,341	–	0,339
Δ		-0,670%		-1,33%		-1,98%		-2,62%

Pode-se observar que uma variação positiva de 20% na tendência do movimento geométrico browniano faz que o gatilho seja alterado, negativamente, em torno de 2,6%. Quanto maior a tendência do MGB mais rápido o mercado irá

criar, se tornando mais lucrativo. É intuitivo que o momento ótimo do investimento das empresas, o gatilho, será reduzido. O modelo mostra-se pouco sensível a essa variável.

TABELA 12 – Análise de sensibilidade da volatilidade

	$\sigma_{5\%} = 20,15\%$		$\sigma_{10\%} = 21,11\%$		$\sigma_{15\%} = 22,07\%$		$\sigma_{20\%} = 23,03\%$	
	X_t^P	X_t^M	X_t^P	X_t^M	X_t^P	X_t^M	X_t^P	X_t^M
L_t	0,297	0,327	0,304	0,335	0,311	0,343	0,318	0,351
Δ	2,33%	2,36%	4,70%	4,77%	7,13%	7,23%	9,61%	9,73%
F_{int}	0,305	0,344	0,312	0,352	0,319	0,360	0,326	0,368
Δ	2,31%	2,36%	4,68%	4,77%	7,09%	7,23%	9,56%	9,73%
FF_h	–	0,356	–	0,364	–	0,373	–	0,382
Δ		2,36%		4,77%		7,23%		9,73%

Observa-se que uma variação positiva de 20% na volatilidade do MGB faz que o gatilho seja alterado, positivamente, em torno de 10%. A volatilidade impacta negativamente o valor da

variável β_1 . Por sua vez, uma variação negativa no valor de β_1 aumenta o valor do gatilho. Dessa forma, a volatilidade impacta o valor do gatilho na mesma direção.

TABELA 13 – Análise de sensibilidade da variável da função de demanda inversa

	$a_{5\%} = 0,275$		$a_{10\%} = 0,288$		$a_{15\%} = 0,302$		$a_{20\%} = 0,315$	
	X_i^P	X_i^M	X_i^P	X_i^M	X_i^P	X_i^M	X_i^P	X_i^M
L_l	0,270	0,298	0,238	0,279	0,238	0,262	0,225	0,247
Δ	-6,76%	-6,82%	-17,8%	-12,8%	-17,8%	-18,0%	-22,4%	-22,6%
F_{int}	0,277	0,311	0,243	0,290	0,243	0,272	0,230	0,256
Δ	-6,96%	-7,27%	-18,3%	-13,6%	-18,3%	-19,0%	-23,0%	-23,9%
FF_h	-	0,322	-	0,299	-	0,279	-	0,262
Δ		-7,54%		-14,0%		-19,7%		-24,6%

Pode-se observar que uma variação positiva de 20% na variável da função de demanda inversa faz que o gatilho seja alterado, negativamente, em torno de 22,6%. Um aumento de aumenta a função preço da indústria de latas de alumínio. Com o preço mais alto, o lucro é impactado positivamente. Nesse cenário, as empresas irão investir em uma data mais cedo e, por isso, o gatilho é impactado negativamente. Trata-se, assim, da variável mais sensível do modelo.

6 CONCLUSÕES

Neste trabalho foi visto como a ameaça de preempção em um contexto de competição oligopolista pode interferir no momento ótimo da decisão de investir. O modelo foi aplicado na indústria de latas de alumínio, na qual existem três principais empresas atuando. Foi possível comparar o impacto da preempção no gatilho das firmas.

O estudo realizado ajuda a enfatizar a importância, em um modelo dinâmico, de se obter uma vantagem competitiva em custo. No caso estático, a empresa de menor custo consegue absorver um lucro maior do mercado, pois possui uma margem superior. No caso dinâmico, será possível obter lucros monopolísticos, ou se aproveitar de uma expansão isolada, por um período maior. Caso a vantagem competitiva seja muito

grande, a ameaça de preempção do rival poderá ser considerada irrelevante, e a empresa irá investir no tempo monopolista, ignorando a possibilidade de entrada do rival. Quando a vantagem de custo não é grande o suficiente para que as empresas possam investir em seu gatilho monopolista, a firma precisa entrar mais cedo em um tempo de preempção, em razão da interação estratégica e da rivalidade.

Na aplicação do modelo, assumiu-se um investimento igual a US\$ 100 milhões para as três firmas do mercado. A produção das empresas foi modelada por meio do equilíbrio de Cournot. O custo de produção marginal foi estimado por meio das informações publicadas pelas empresas no mercado. O resultado foi uma produção relativamente próxima de cada uma das três empresas do setor brasileiro.

No Brasil, há uma diferença grande entre as participações de mercado das empresas. No modelo estudado, todas as empresas possuem uma participação próxima a 30%, ao passo que, no mercado brasileiro, a diferença é significativa, sendo, aproximadamente, de 20%, 25% e 55% as participações de cada uma delas. É interessante observar que não é a empresa de menor custo que mais vende para o mercado. Essa maior participação se justifica por questões históricas, e também por contratos de longo prazo firmados entre as empresas e os grandes compradores de latas de alumínio.

REFERÊNCIAS

- Angelou, G. N., & Economides, A. E. (2009). A multi-criteria game theory and real-options model for irreversible ICT investment decisions. *Telecommunications Policy*, 33(10-11), 686-705. doi:10.1016/j.telpol.2009.07.005
- Ball Corporation. (2012). *Annual report*. Recuperado de <http://phx.corporateir.net/External.File?item=UGFyZW50SUQ9MTc1NTY2fENoaWxkSUQ9LTF8VHlwZT0z&t=1>
- Chevalier-Roignant, B., & Trigeorgis, L. (2011). *Competitive strategy: Options and games*. Cambridge, Mass: MIT Press.
- Costa, F. A., & Samanez, C. P. (2008). Teoria dos jogos e opções reais: Uma aplicação no mercado imobiliário brasileiro. *Revista Brasileira de Economia de Empresas*, 8(2), 57-62.
- Crown Holdings Inc. (2012). *Annual report*. Recuperado de <http://phx.corporateir.net/External.File?item=UGFyZW50SUQ9MTc1ODg5fENoaWxkSUQ9LTF8VHlwZT0z&t=1>
- Dias, M. A. G. (2015). *Análise de investimentos com opções reais: Teoria e prática com aplicações em petróleo e em outros setores* (Vol. 2). Rio de Janeiro: Interciência.
- Dias, M. A. G., & Teixeira, J. P. (2010). Continuous-time option games: Review of models and extensions. *Multinacional Finance Journal*, 14(3-4), 219-254.
- Dixit, A. K., & Pindyck, R. S. (1994). *Investment under uncertainty*. New Jersey: Princeton University Press.
- Fudenberg, D., & Tirole, J. (1985). Preemption and rent equalization in the adoption of new technology. *Review of Economic Studies*, 52(3), 383-401. doi: 10.2307/2297660.
- Grenadier, S. R. (2002). Options exercise games: An application to the equilibrium investment strategies of firms. *Review of Financial Studies*, 15(3), 691-721. doi: 10.1093/rfs/15.3.691
- Huisman, K. J. M. (2001). *Technology Investment: A game theoretic real options approach*. Boston: Kluwer Academic Publishing.
- Huisman, K. J. M., & Kort, P. M. (1999). Effects of strategic interactions on the option value of waiting [CentER Working Paper Series nº 1999-92]. *Tilburg University, CentER*, Tilburg, Netherlands.
- Huisman, K. J. M., Kort, P. M., Pawlina, G., & Thijssen, J. J. (2005). Strategic investment under uncertainty: A survey of game theoretic real options models. *The Capco Institute Journal of Financial Transformation*, 13, 112-118.
- Latapack-Ball Corporation. (2012). *Annual report*. Recuperado de <http://phx.corporateir.net/External.File?item=UGFyZW50SUQ9MTc1NTY2fENoaWxkSUQ9LTF8VHlwZT0z&t=1>
- Rexam. (2012). *Annual report*. Recuperado de https://www.rexam.com/files/reports/2012ar/files/2012_annual_report.pdf
- Samanez, C. P., Ferreira, L. R., Nascimento, C. C., Costa, L. A., & Bisso, C. R. (2014). Evaluating the economy embedded in the brazilian ethanol-gasoline flex-fuel car: A real options approach. *Applied Economics*, 46(14), 1565-1581. doi: 10.1080/00036846.2013.877573
- Smit, H. T. J., & Ankum, L. A. (1993). A Real Options and Game-Theoretic Approach to Corporate Investment Strategy Under Competition. *Financial Management*, 22(3), 241-250.
- Smit, H. T. J., & Trigeorgis, L. (2004). *Strategic investment: Real options and games*. New Jersey: Princeton University Press.
- Smit, H. T. J., & Trigeorgis, L. (2009). Valuing infrastructure investment: An option games approach. *California Management Review*, 51(2), 79-100.
- Thijssen, J. J., Huisman, K. J. M., & Kort, P. M. (2012). Symmetric equilibrium strategies in game theoretic real option models. *Journal of Mathematical Economics*, 48(4), 219-225.